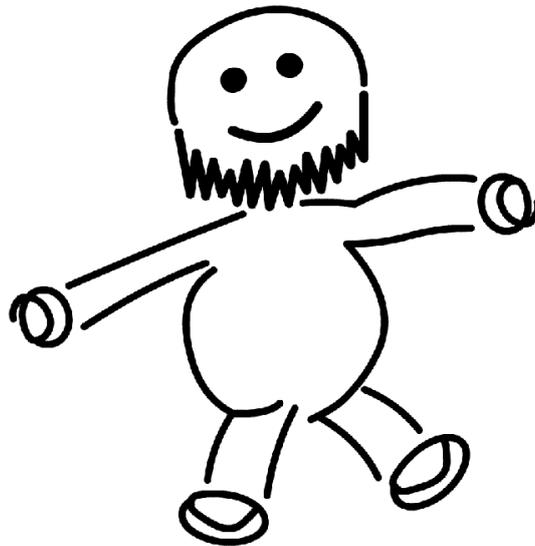


Physikalisches Praktikum für das Hauptfach Physik

Versuch 01

Der Pohlsche Resonator

Sommersemester 2005



Name:	Daniel Scholz
Mitarbeiter:	Hauke Rohmeyer
E-Mail:	physik@mehr-davon.de
Gruppe:	13
Assistent:	Sarah Köster
Durchgeführt am:	19. Mai 2005
Protokoll abgeben:	26. Mai 2005
Protokoll verbessert:	17. Juni 2005

Stempel:

Testiert: _____

1 Einleitung

In dem hier vorliegenden Versuch soll das Phänomen der Resonanz untersucht werden. Hierbei handelt es sich um eine Erscheinung, die bei erzwungenen Schwingungen eines Systems auftritt. Dabei wird ein harmonischer Oszillator durch eine äußere Erregerfrequenz angetrieben. Die zur Beschreibung notwendigen Differentialgleichungen finden sich in vielen anderen Bereichen der Physik wieder, von der Elektrodynamik bis hin zur Kernphysik. Daher sind sie von geradezu essentieller Bedeutung. Sie lassen sich auf relativ einfache Weise aus den Gleichungen der harmonischen [unbeeinflussten] Schwingung gewinnen, indem diese um die äußere einwirkende Kraft erweitert werden. Es zeigt sich, dass das System zunächst einem sogenannten Einschwingvorgang unterworfen ist und nach einiger Zeit mit der Erregerfrequenz schwingt. Sowohl Amplitude als auch Phasenlage des Oszillators sind stark von Dämpfung und anregender Frequenz abhängig. Dies sind die Größen, die im Versuch variiert werden.

2 Theorie

Die zentrale Fragestellung bei diesem Versuch besteht darin, wie die Amplitude und die Phase des Resonators von der Frequenz des Erregers und der Dämpfung des Resonators abhängen.

Mathematisch wird die erzwungene, gedämpfte Schwingung durch eine inhomogene Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten beschrieben, deren Herleitung und Lösung nun erklärt werden soll:

2.1 Herleitung der Differentialgleichung

Auf die Drehscheibe mit dem Trägheitsmoment J wirkt durch die Spiralfeder ein zum Auslenkungswinkel φ proportionales Rückstellmoment $D\varphi$, dabei ist D die Winkelrichtgröße der Feder. Wir erhalten somit

$$J\ddot{\varphi} = -D\varphi.$$

Durch Reibung und später vor allem durch die Wirbelstrombremse [Erklärung dazu siehe unten] wirkt zusätzlich auch noch ein bremsendes Moment $\rho\dot{\varphi}$, das proportional zur Winkelgeschwindigkeit angenommen wird. Zusammen erhalten wir somit die Gleichung

$$J\ddot{\varphi} + \rho\dot{\varphi} + D\varphi = 0.$$

Mit einem äußeren periodischen Anregungsmoment $M \cos \omega t$ [dabei ist ω die Anregerfrequenz] ergibt sich nun die Bewegungsgleichung für eine erzwungene gedämpfte Schwingung des Pohlschen Rades, nämlich

$$J\ddot{\varphi} + \rho\dot{\varphi} + D\varphi = M \cos \omega t.$$

Diese Bewegungsgleichung soll nun auf Normalform gebracht werden. Dabei werden einige Größen ersetzt:

$$2\beta := \rho/J, \quad \omega_0^2 := D/J \quad \text{und} \quad N := M/J.$$

Die Größe $\omega_0 = \sqrt{D/J}$ wurde dabei gerade so gewählt, dass sie nun gerade die Eigenfrequenz des ungedämpften harmonischen Oszillators beschreibt.

Wir erhalten somit die inhomogene lineare Differentialgleichung

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = N \cos \omega t.$$

2.2 Lösung der homogenen Differentialgleichung

Gesucht ist eine Gleichung $\varphi(t)$, die den zeitlichen Verlauf der Auslenkung des Drehpendels unter der Wirkung der äußeren Anregung für alle Zeiten beschreibt.

Die allgemeine Lösung einer inhomogenen Differentialgleichung lässt sich als Summe der allgemeinen Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung und einer speziellen Lösung der inhomogenen Differentialgleichung schreiben.

Daher soll hier zunächst die Lösung der homogenen Differentialgleichung

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0.$$

beschrieben werden.

Durch den Ansatz $\varphi = e^{\lambda t}$ erhalten wird die charakteristische Gleichung

$$\lambda^2 + 2\beta\lambda + \omega_0^2 = 0,$$

welche durch die pq -Formel oder durch quadratische Ergänzung gelöst werden kann. Wir erhalten

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}.$$

Es müssen nun drei Fälle unterschieden werden:

(Fall 1) $\omega_0^2 < \beta^2$ – starke Dämpfung

Die beiden Lösungen $\lambda_{1,2}$ sind reell, somit ergibt sich die Gesamtlösung der homogenen Differentialgleichung zu

$$\varphi(t) = e^{-\beta t} \cdot \left(A e^{\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} \cdot t} + B e^{-\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} \cdot t} \right)$$

mit reellen Zahlen A und B .

(Fall 2) $\omega_0^2 = \beta^2$ – kritische Dämpfung

Es gilt nun $\lambda_{1,2} = -\beta$, somit erhalten wir

$$\varphi(t) = Ae^{-\beta t} + Ate^{-\beta t}.$$

Dieser Fall wird auch *aperiodischer Grenzfall* genannt.

(Fall 3) $\omega_0^2 > \beta^2$ – schwache Dämpfung

Dieser Fall ist besonders für unseren Versuch von Bedeutung. Die beiden Lösungen $\lambda_{1,2}$ sind komplex, da unter der Wurzel eine negative Zahl steht. Wir erhalten durch

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} =: -\beta \pm i\omega_e$$

die Gesamtlösung der homogenen Differentialgleichung, nämlich

$$\varphi(t) = e^{-\beta t} \cdot (Ae^{i\omega_e t} + Be^{-i\omega_e t})$$

mit reellen Zahlen A und B . Dabei ist

$$\omega_e = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

nun gerade die Eigenfrequenz des gedämpften Oszillators.

Für die Beschreibung des Schwingungsvorganges ist jedoch nur der Realteil dieser Gleichung relevant, jedoch muss eine zweite Konstante ϕ berücksichtigt werden, bei der es sich um eine beliebige Anfangsphase der Schwingung handelt. Daher setzen wir nun $A = \varphi_0/2 \cdot e^{i\phi}$ sowie $B = \bar{A}$ und erhalten

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega_e t + \phi).$$

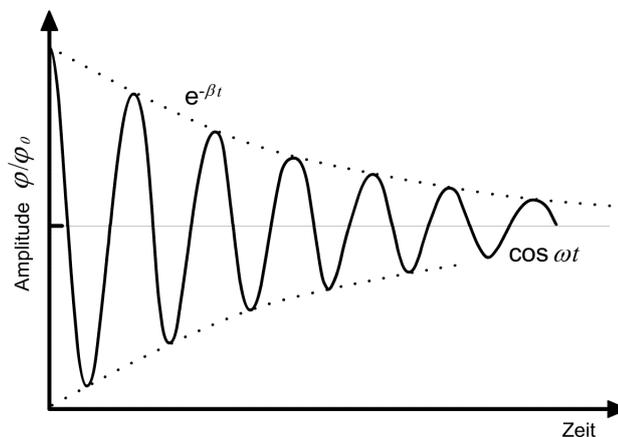


Abbildung 1 : Verlauf einer freien schwach gedämpften Schwingung

Logarithmisches Dekrement

Das Verhältnis von zwei aufeinander folgenden Maxima bei der schwachen Dämpfung zur Zeit t wird gegeben durch $\varphi(t)/\varphi(t+T)$, dabei ist T die Periodendauer. Man definiert nun

$$\Lambda := \log \frac{\varphi(t)}{\varphi(t+T)} = \log e^{\beta T} = \beta T,$$

als logarithmisches Dekrement. Es ist bemerkenswert, dass Λ nicht von der Zeit t abhängt.

2.3 Lösung der inhomogenen Differentialgleichung

Aus der Lösung

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega_e t + \phi)$$

der homogenen Differentialgleichung soll nun die inhomogene Gleichung

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = N \cos \omega t$$

gelöst werden. Dazu verwenden wir den Ansatz

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{2} \cdot \cos(\omega t - \phi)$$

und erhalten

$$(\omega_0^2 - \omega^2) \cdot \frac{\varphi_0}{2} \cdot \cos(\omega t - \phi) - 2\beta \cdot \cos(\omega t - \phi) \cdot \sin(\omega t - \phi) = N \cos \omega t.$$

Es müssen nun $\varphi_0/2$ sowie ϕ bestimmt werden, so dass diese Gleichung für alle Zeiten t gilt.

Durch das Anwenden der Additionstheoremen ergibt sich eine Gleichung, die gerade für alle Zeiten t erfüllt sein soll. Man erhält aus dieser Bedingung nun zwei Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_0}{2} \cdot ((\omega_0^2 - \omega^2) \cdot \cos \phi + 2\beta \cdot \omega \cdot \sin \phi) &= N, \\ (\omega_0^2 - \omega^2) \cdot \sin \phi &= 2\beta \cdot \omega \cos \phi \end{aligned}$$

Aus der zweiten Gleichung erhält man nun gerade die Phasenverschiebung ϕ , nämlich

$$\phi = \arctan \left(\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right).$$

Aus der anderen Gleichung berechnet man

$$\frac{\varphi_0}{2} = \frac{N}{(\omega_0^2 - \omega^2) \cdot \cos \phi + 2\beta \cdot \omega \cdot \sin \phi}.$$

Nutzt man nun die Beziehungen

$$\cos \phi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \phi}} \quad \text{und} \quad \sin \phi = \frac{\tan \phi}{\sqrt{1 + \tan^2 \phi}},$$

so erhält man gerade

$$\frac{\varphi_0}{2} = \frac{N}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \cdot \omega^2}}.$$

Setzt man nun die gewonnenen Ergebnisse in den Ansatz ein, so ergibt sich eine spezielle Lösung der inhomogenen Differentialgleichung:

$$\varphi(t) = \frac{N}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \cdot \omega^2}} \cdot \cos \left(\omega t - \arctan \left(\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) \right)$$

Dies ist also die Bewegungsgleichung für eine erzwungene gedämpfte Schwingung.

2.4 Einschwingzeit

Es wurde gezeigt, dass die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung aus einer Exponentialfunktionen mit negativem Exponenten zusammensetzt ist. Das heißt, dass bei nicht verschwindender Dämpfung stets

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = 0$$

gilt. Im Experiment ist somit der homogene Teil von $\varphi(t)$ für große Zeiten vernachlässigbar klein. Dieser Zeitraum des Abklingens wird als **Einschwingzeit** bezeichnet.

Das Ende der Einschwingzeit ist daran erkennbar, dass die Phasenraumprojektion der Winkelgeschwindigkeit des Resonators eine geschlossene Ellipse bildet [dies ist im Programm "kPohl" während der Einschwingphase zu beobachten]. Das System schwingt nach der Einschwingzeit folglich mit der Kreisfrequenz ω des Erregers und der Phasenverschiebung ϕ . Somit wird die Schwingung nur noch durch die spezielle Lösung der inhomogenen Differentialgleichung beschrieben. Damit stellt die spezielle Lösung der inhomogenen Differentialgleichung auch den physikalisch relevanten Teil des Versuches da.

2.5 Diskussion der Amplitudengleichung

Es werden nun die Amplituden

$$A(\omega) := \frac{N}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \cdot \omega^2}}.$$

einer erzwungenen gedämpften Schwingung gegen die Erregerfrequenz ω diskutiert.

Eine besonders wichtige Stelle im Funktionsverlauf der Amplitude stellt jene des Amplitudenmaximums dar. Hierzu leitet man die Amplitude $A(\omega)$ ab und erhält

$$\frac{\partial A}{\partial \omega}(\omega) = -2 \cdot \frac{N \cdot \omega \cdot (\omega_0^2 + \omega^2 + 2\beta^2)}{((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \cdot \omega^2)^{3/2}}$$

Die Nullstellen dieser Funktion sind

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad \text{oder} \quad \omega = 0.$$

Im Fall verschwindender Dämpfung des Systems [$\beta = 0$] wird das Maximum somit an der Stelle $\omega = \omega_0$ erreicht. Mit $\omega \rightarrow \omega_0$ wächst die Amplitude zunehmend an, es tritt **Resonanz** ein, welche zur **Resonanzkatastrophe** führen kann.

Im Fall einer Dämpfung [$\beta > 0$] wird das Amplitudenmaximum nicht an der Stelle $\omega = \omega_0$ erreicht. Die Resonanzfrequenz liegt bei endlicher Dämpfung folglich unterhalb der Erregerfrequenz.

Den prinzipiellen Amplitudenverlauf des Resonators gegenüber dem Verhältnis der Erreger- zur Kennfrequenz gibt die folgende Abbildung wieder:

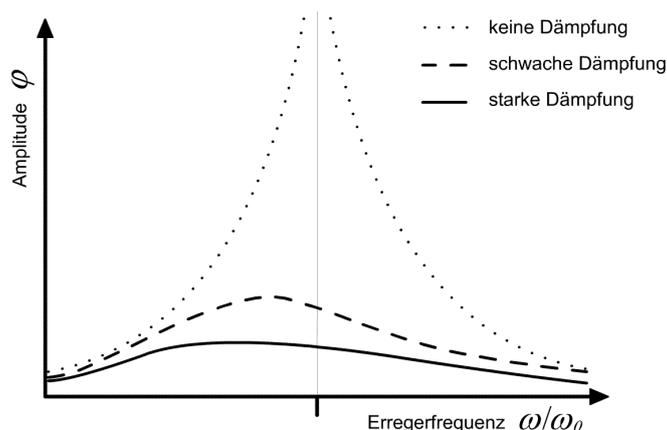


Abbildung 2 : Amplitude einer erzwungenen gedämpften Schwingung

Es zeigt sich, dass der Amplitudenverlauf im gedämpften Fall eine schiefsymmetrische Glockenkurve, bei verschwindender Dämpfung hingegen zwei Hyperbeläste beschreibt.

Die Resonanzkurven können mit den Quadraten der Amplituden aufgetragen werden, um für die Berechnung des logarithmischen Dekrements das Ablesen des Abzissenwertes ω/ω_0 an der Stelle des Resonanzmaximums zu erleichtern.

2.6 Diskussion der Phasenverschiebung

Desweiteren werden die Phasenverschiebungen

$$\phi(\omega) := \arctan\left(\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$$

einer erzwungenen gedämpften Schwingung gegen die Erregerfrequenz ω diskutiert.

Im Fall verschwindender Dämpfung [$\beta = 0$] hat die Phasenfunktion $\phi(\omega)$ bei $\omega = \omega_0$ eine Sprungstelle von $\varphi = 0$ nach $\varphi = \pi$.

Im Fall einer Dämpfung [$\beta > 0$] gibt es drei markante Stellen:

$$\begin{aligned} \text{für } \omega = 0 & \text{ folgt } \phi = 0, \\ \text{für } \omega = \omega_0 & \text{ folgt } \phi = \pi/2, \\ \text{für } \omega \rightarrow \infty & \text{ folgt } \phi = \pi. \end{aligned}$$

Eine Phasenverschiebung von $\pi/2$ bedeutet gerade, dass die Feder durch den Erreger auf dem gesamten Weg des Drehpendels so gespannt wird, dass sie das Pendel zusätzlich beschleunigt. Damit eilt der Resonator der Anregung stets hinterher.

Die erwarteten Verläufe der Phasenverschiebung für verschiedene Dämpfungen gegenüber dem Verhältnis der Erreger- zur Kennfrequenz gibt die folgende Abbildung wieder:

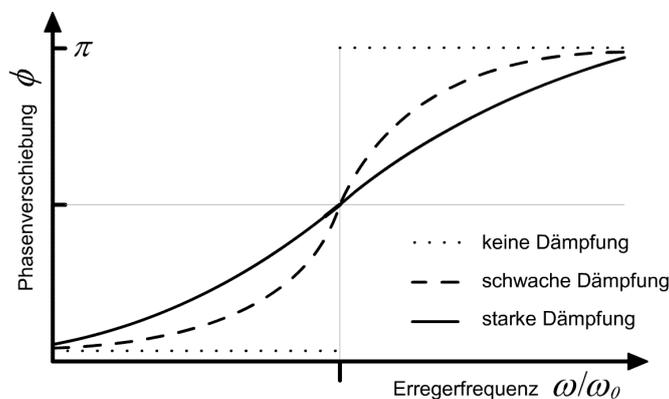


Abbildung 3 : Phasenverschiebung einer erzwungenen gedämpften Schwingung

2.7 Wirbelstrombremse

Bewegt sich ein Metallstück durch ein Magnetfeld, so ändert sich der magnetische Fluß im Metall. Dadurch wird eine Spannung induziert, die wiederum Wirbelströme hervorruft. Das durch diese Wirbelströme bewirkte Magnetfeld ist dem Ausgangsfeld entgegengerichtet. Nach der Lenz'sche Regel behindert also die Lorentzkraft die weitere Bewegung des Metallstücks. Die

Wirbelstrombremse ist daher ideal geeignet zur Realisierung einer linearen Dämpfung, wie sie in diesem Versuch benötigt wird. Durch das Variieren der vom Magnetfeld durchsetzten Fläche, lässt sich die Bremswirkung beeinflussen, daher wird im folgenden von einer Bremswirkung bei 4 bis 10 Millimetern die Rede sein. Dieses Maß gibt an, wie weit das Magnetfeld bei konstanter Breite in das Metall "hineinreicht".

3 Versuchsdurchführung

Ein Drehpendel ist in seiner horizontalen Symmetrieachse schwingungsfähig aufgehängt. An der Drehachse greift zudem eine Spiralfeder an, deren oberes Ende an einem Hebel befestigt ist. Mit Hilfe einer Schubstange, die mit einem Schrittmotor gesteuerten Exzenter verbunden ist, kann das Drehpendel angetrieben werden.

Auf diese Art und Weise ist es möglich auf das Drehpendel sinusförmige äußere Drehmomente zu übertragen. Die Ausschläge des Drehpendels werden dabei von einem Computer in gewissen Zeitabständen aufgezeichnet und gespeichert.

Die Dämpfung des Drehpendels wird mit einer Wirbelstrombremse realisiert. Diese besteht aus zwei, vor und hinter dem Rad angeordneten Magneten, die mit Hilfe eines Millimetertriebes beliebig weit über das Drehpendel geschoben werden können.

3.1 Freie Schwingung

Bei der freien Schwingung wird die Drehscheibe auf 120° ausgelenkt und für jede der Dämpfungen 0 mm , 4 mm , 8 mm sowie 10 mm wird eine Messung gestartet.

3.2 Erzwungene Schwingung

Bei der erzwungene Schwingung wird die Drehscheibe mit Frequenzen zwischen 100 mHz und 600 mHz angetrieben und der Einschwingvorgang wird abgewartet. Danach wird eine Messung gestartet und ausreichend viele Perioden aufgezeichnet. Auch diese Messungen sind für jede der Dämpfungen 0 mm , 4 mm , 8 mm sowie 10 mm durchzuführen.

Bei schwacher Dämpfung ist stets darauf zu achten, dass das Drehpendel nicht zu weit ausschlägt, um eine Resonanzkatastrophe zu verhindern.

4 Auswertung

4.1 Freie Schwingung

Zunächst werden die Abklingkurven der einzelnen freien [nicht angetriebenen] Schwingungen aufgetragen:

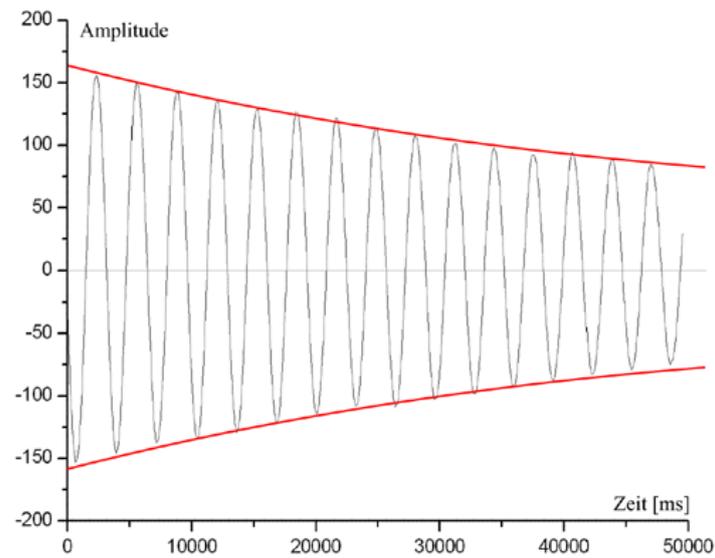


Abbildung 4 : Freie Schwingung, gedämpft mit 0 mm .

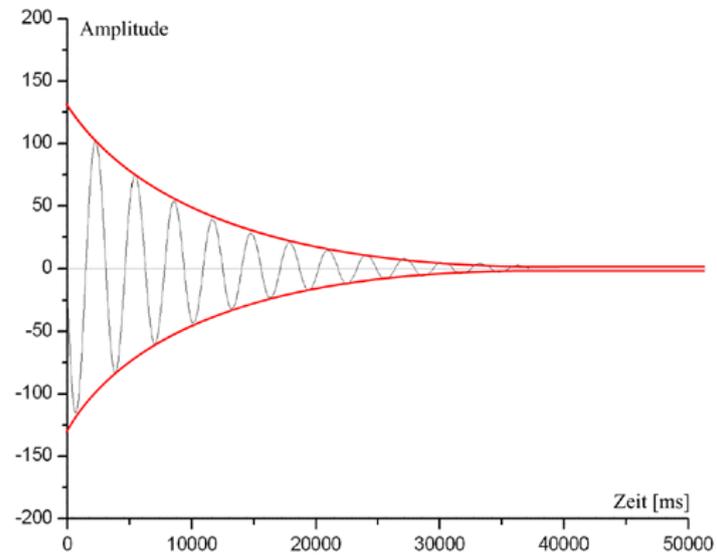


Abbildung 5 : Freie Schwingung, gedämpft mit 4 *mm*.

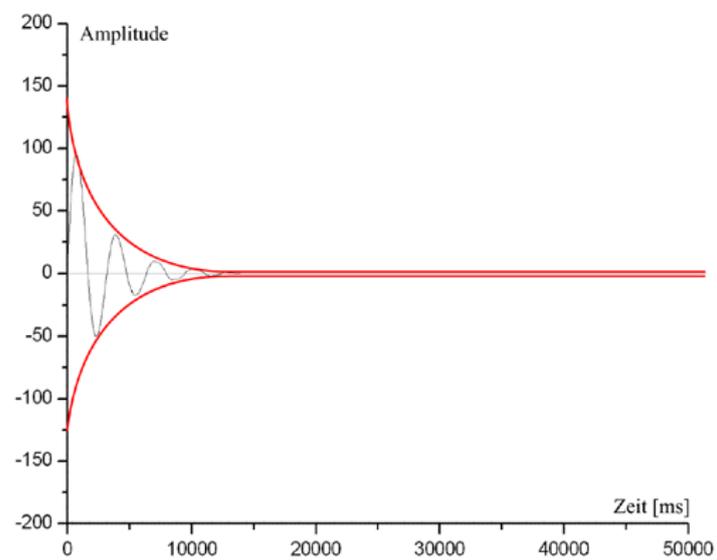


Abbildung 6 : Freie Schwingung, gedämpft mit 8 *mm*.

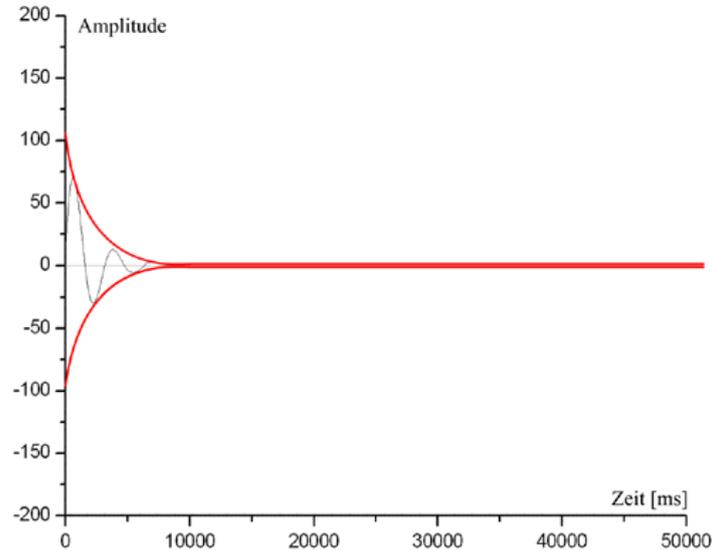


Abbildung 7 : Freie Schwingung, gedämpft mit 10 mm.

Aus dem Mittelwert unseren Messdaten erhält man die Eigenfrequenz ω_e des Resonator, indem man $\omega_e = 2\pi/T$ berechnet:

	Eigenfrequenz ω_e
0 mm Dämpfung	$1.993 \pm 0.006 \text{ s}^{-1}$
4 mm Dämpfung	$2.056 \pm 0.024 \text{ s}^{-1}$
8 mm Dämpfung	$2.043 \pm 0.037 \text{ s}^{-1}$
10 mm Dämpfung	1.955 s^{-1}

Das logarithmische Dekrement Λ und damit auch der Dämpfungsfaktor β berechnet sich nun aus

$$\Lambda = \log \frac{\varphi(t)}{\varphi(t+T)} = \beta T.$$

Die Schwingungsdauer T wird dabei durch die zeitlichen Abstände der einzelnen Maxima der Abklingkurven gegeben und damit kann sofort Λ bestimmt werden. Der Dämpfungsfaktor β berechnet sich dann einfach aus $\beta = \Lambda/T$. Auch hierzu haben wir verschiedene Messdaten gemittelt:

	logarithmisches Dekrement Λ	Dämpfungsfaktor β
0 mm Dämpfung	$0.0455 \pm 0,0033$	0.0144 ± 0.0011
4 mm Dämpfung	0.3649 ± 0.0298	0.1210 ± 0.0121
8 mm Dämpfung	1.0729 ± 0.0888	0.3499 ± 0.0351
10 mm Dämpfung	1.6094	0.5007

Dabei werden die Werte mit zunehmender Dämpfung immer ungenauer, da aufgrund des schnellen Abklingens der Kurven weniger Messdaten zum Mitteln aufgezeichnet wurden.

Wir setzen nun $\omega_0^* = \omega_e$, wobei wir ω_e aus der Messung mit 0 mm Dämpfung verwenden. Aus der Beziehung

$$\omega_e = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad \Leftrightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\omega_e^2 + \beta^2}$$

können wir nun für jeden Dämpfung aus ω_e und β also auch ω_0 bestimmen. Wir verwenden dabei einen Fehler σ_{ω_0} von

$$\sigma_{\omega_0} = \sqrt{\left(\frac{\omega_e^2 \sigma_{\omega_e}^2}{\omega_e^2 + \beta^2}\right) + \left(\frac{\beta^2 \sigma_{\beta}^2}{\omega_e^2 + \beta^2}\right)}$$

und erhalten folgendes Ergebnis:

	Eigenfrequenz ω_0
0 mm Dämpfung	$1.993 \pm 0.006\text{ s}^{-1}$
4 mm Dämpfung	$2.059 \pm 0.024\text{ s}^{-1}$
8 mm Dämpfung	$2.073 \pm 0.037\text{ s}^{-1}$
10 mm Dämpfung	2.018 s^{-1}

Die Werte liegen also leicht über dem Wert von ω_0^* , sind aber alle noch recht erfreulich.

4.2 Erzwungene Schwingung

Resonanzkurven

Zunächst sollen die Resonanzkurven der einzelnen Dämpfungen bestimmt werden. Dazu werden die Verhältnisse der Frequenzen ω/ω_0 auf der Abszisse und die Verhältnisse der Amplituden $\varphi(\omega)/\varphi(0)$ auf der Ordinate aufgetragen. Es wurde dabei die Eigenfrequenz als $\omega_0 = 1.99\text{ Hz}$ angenommen und es wurde $\varphi(0) = 20$ gesetzt.

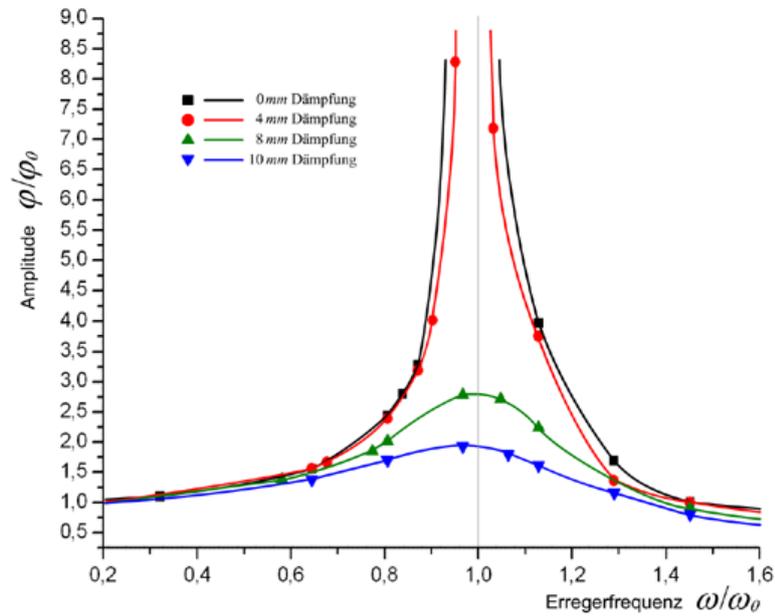


Abbildung 8 : Resonanzkurven der einzelnen Dämpfungen.

Deutlich werden die Eigenschaften der Resonanzkurven wenn man die Quadrate der Amplitudenverhältnisse betrachtet, womit man insbesondere die zum Maximum gehörende Erregerfrequenz besser bestimmen kann.

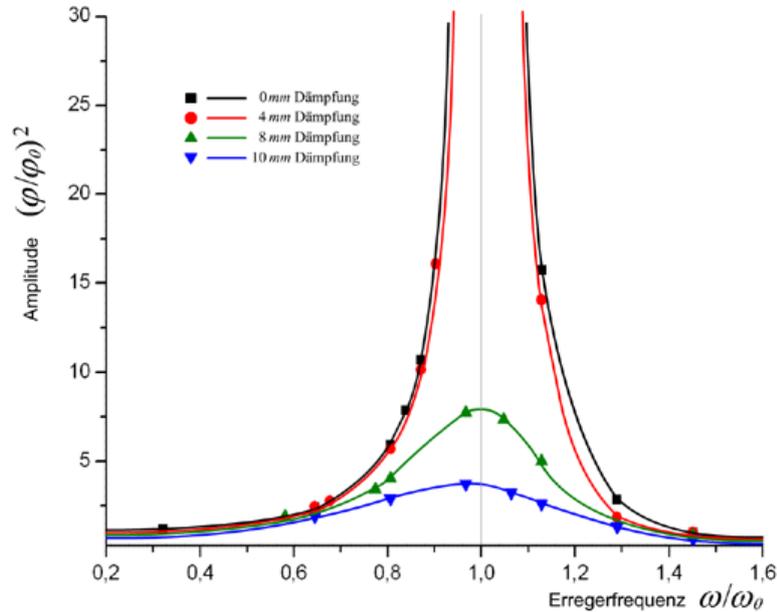


Abbildung 9 : Resonanzkurven mit quadrierten Amplitudenverhältnissen.

Wie in der Diskussion der Amplitudengleichung gezeigt, wird die Amplitude maximal für

$$\omega_r^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2$$

[siehe Seite 6]. Die Werte für ω_r/ω_0 lassen sich nun aus den Maxima der Resonanzkurven ablesen, allerdings nur für die Dämpfungen von 8 mm und 10 mm. Wir nehmen dabei einen Ablesefehler von 0.005 an. Das logarithmische Dekrement berechnet sich nun aus

$$\Lambda = \beta T = \sqrt{\frac{\omega_0^2 - \omega_r^2}{2}} \cdot T.$$

Wir erhalten dabei folgende Ergebnisse:

	ω_r/ω_0	T	logarithmisches Dekrement
8 mm Dämpfung	0.998 ± 0.005	3.077 s	0.9631 ± 0.0016
10 mm Dämpfung	0.980 ± 0.005	3.038 s	1.4332 ± 0.0011

Vergleich der Ergebnisse für das logarithmische Dekrement Λ

Für die Dämpfungen von 0 mm und 4 mm konnten keine Maxima bestimmt werden, da es im Versuch zur Resonanzkatastrophe kam und keine weiteren Daten aufgenommen werden konnten.

Der Wert für 8 mm unterscheidet sich mit dem Wert der freie Schwingung geringer als sich die Werte für 10 mm Dämpfung voneinander unterscheiden. Dies kann wieder daran liegen, dass mit zunehmender Dämpfung immer weniger Messdaten aufgezeichnet wurden.

Vergleich der gemessenen und theoretischen Resonanzfrequenz ω_r

Durch die Beziehung

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

mit ω_0 und β aus der freie Schwingung können nun theoretische Werte für die Resonanzfrequenz ω_r bestimmt und mit den oben abgelesenen experimentellen Werten verglichen werden.

Wir erhalten:

	ω_r experimentell	ω_r theoretisch
8 mm Dämpfung	$1.986 \pm 0.010 \text{ Hz}$	$2.052 \pm 0.006 \text{ Hz}$
10 mm Dämpfung	$1.950 \pm 0.010 \text{ Hz}$	$2.013 \pm 0.010 \text{ Hz}$

Die theoretischen Werte sind also etwas größer als die experimentellen Werte.

Phasenverschiebung

Es soll nun die Phasenverschiebung der einzelnen Dämpfungen verdeutlicht werden. Dazu werden die Verhältnisse der Frequenzen ω/ω_0 auf der Abszisse gegen die Phasenverschiebung ϕ/π auf der Ordinate aufgetragen. Es wurde dabei wieder die Eigenfrequenz als $\omega_0 = 1.99 \text{ Hz}$ angenommen und ϕ berechnet sich aus der oben hergeleiteten Formel

$$\phi = \arctan\left(\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right).$$

Eine Phasenverschiebung von $-\pi$ ist identisch zu $+\pi$. Diese Erkenntnis muss angewendet werden, um das Ergebnis übersichtlich darstellen zu können [ansonsten erhält man gerade eine Verschiebung von π].

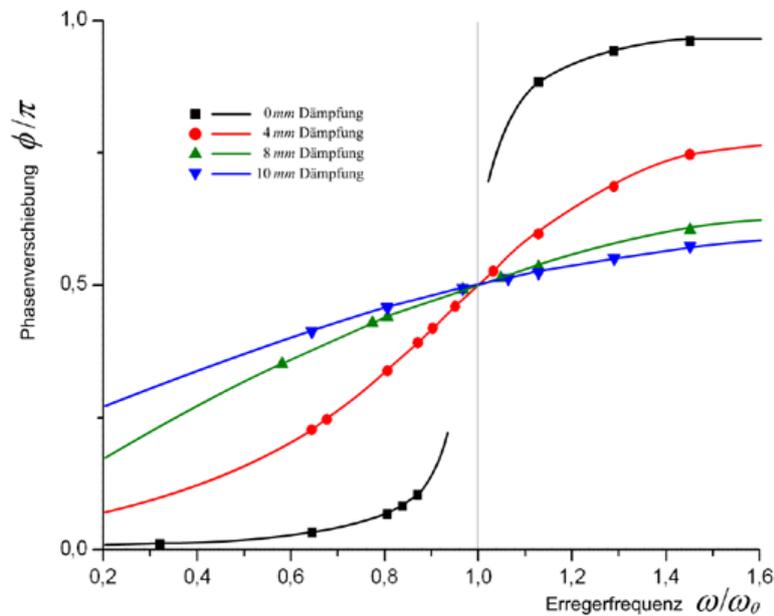


Abbildung 10 : Phasenverschiebung der einzelnen Dämpfungen.

5 Diskussion

[Nicht nur das der Versuch mächtig Spass gemacht hat, nein auch die Auswertung war eine reine Freude. Selbst für Studenten ohne PC-Kenntnisse dürfte die Auswertung ein Kinderspiel sein und auch das Protokoll schreibt sich fast wie von selbst.]_{Daniel}

[Und Differentialgleichungen wurden uns auch so gut beigebracht, dass die Theorie richtig gerockt hat!]_{Hauke}

5.1 Fehlerdiskussion

Da uns keine systematischen Fehler der computergesteuerten Anlage bekannt waren, haben wir alle Messdaten als exakt vorausgesetzt.

Wie schon erwähnt, konnten bei der freien Schwingung mit zunehmender Dämpfung immer weniger Messdaten aufgezeichnet werden. Dadurch werden natürlich auch die Ergebnisse zunehmend ungenauer.

Die Tatsache, dass wir den Einschwingvorgang bei der erzwungenen Schwingung vielleicht nicht immer lange genug abgewartet haben, kann die Ergebnisse auch hier etwas verfälscht haben.