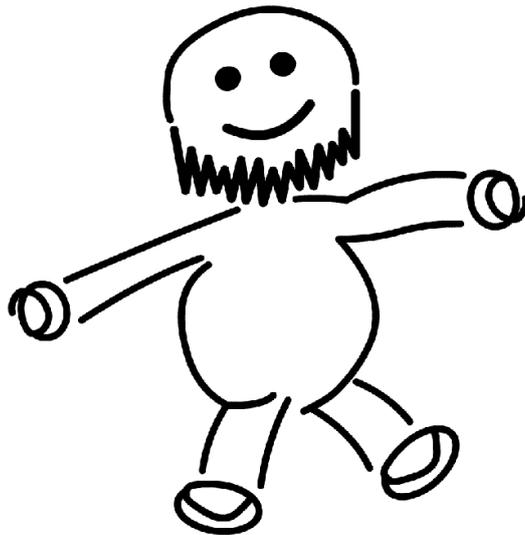


Physikalisches Praktikum für das Hauptfach Physik

Versuch 03

Das Trägheitsmoment

Sommersemester 2005



Name:	Daniel Scholz
Mitarbeiter:	Hauke Rohmeyer
E-Mail:	physik@mehr-davon.de
Gruppe:	13
Assistent:	Sarah Köster
Durchgeführt am:	21. April 2005
Protokoll abgeben:	28. April 2005
Protokoll verbessert:	07. Juli 2005

Unterschrift:

Testiert: _____

1 Einleitung

Die Physik hat das Bestreben sämtliche Formen von Bewegung durch Gleichungen fassbar zu machen. Dazu unterscheidet man zwischen zwei Typen in der Dynamik: **Translations- und Rotationsbewegungen**. Durch den vorliegenden Versuch soll die Rotationsbewegungen studiert und analysiert werden. Zu diesem Zweck wird insbesondere die Rolle des Trägheitsmomentes betrachtet. Es schließt sich dann die Berechnung dieser Größe für verschiedene Körper an.

2 Theorie

2.1 Definition des Trägheitsmomentes

Es sollen starre Körper betrachtet werden, die sich um eine feste Achse drehen. Die Vorstellung, solch ein Körper sei aus infinitesimal kleinen Massenelementen dm_i mit festem Abstand r_i von der Drehachse zusammengesetzt, erleichtert die Berechnungen der entscheidenden Größen. Jedes dieser Massenelemente besitzt eine Geschwindigkeit v_i und hat daher die **kinetische Energie**

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \sum_i dm_i v_i^2.$$

Für die Beschreibung von Rotationsbewegungen ist die so genannte Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ mit

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

von entscheidender Bedeutung. Sie beschreibt den Winkel, den ein Massenelement in einer Zeiteinheit überstreicht und ist für jedes Element m_i , das an der Bewegung um die Drehachse beteiligt ist, gleich. Es folgt dann

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \sum_i dm_i r_i^2 \omega^2.$$

Für den gesamten Körper erhält man somit die **Rotationsenergie**

$$E_{rot} = \lim_{dm \rightarrow 0} \frac{1}{2} \sum_i dm_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \int_V r^2 \rho dV,$$

dabei ist ρ die Dichte und V das Volumen des Körpers.

Da dieser Ausdruck bei Rotationsbewegungen ausserordentlich wichtig ist, definiert man nun

$$J = \int_V r^2 \rho dV = \int_V r^2 dm$$

als das **Trägheitsmoment**.

2.2 Analogien zwischen Translation und Rotation

Anhand dieser Definition werden die Analogie zur kinetischen Energie der Translationsbewegung besonders deutlich, denn es gilt nun gerade

$$E_{rot} = \frac{1}{2}J\omega^2.$$

Die folgende Tabelle zeigt weitere Analogien zwischen Translation und Rotation:

	Translation	Rotation
	Masse m	Trägheitsmoment J
Ort	\vec{r}	$\vec{\varphi}$
Geschwindigkeit	$\vec{v} = \dot{\vec{r}}$	$\vec{\omega} = \dot{\vec{\varphi}}$
Beschleunigung	$\vec{a} = \ddot{\vec{r}}$	$\vec{\dot{\omega}} = \ddot{\vec{\varphi}}$
Energie	$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$	$E_{rot} = \frac{1}{2}J\omega^2$
	Kraft \vec{F}	Drehmoment \vec{M}
	Impuls \vec{p}	Drehimpuls \vec{L}
Bewegungsgleichung	$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{M} = J\vec{\dot{\omega}}$
	Impulserhaltung	Drehimpulserhaltung

2.3 Satz von Steiner

Es ist einzusehen, dass das Trägheitsmoment von der betrachteten Drehachse abhängt. Im folgenden sei A die Drehachse, die durch den Schwerpunkt des Körpers verläuft. Wenn sich ein Körper um eine Achse A' dreht, die parallel zu A ist, so lässt sich das Trägheitsmoment bezüglich der Achse A' leicht aus demjenigen bezüglich der Schwerpunktachse berechnen.

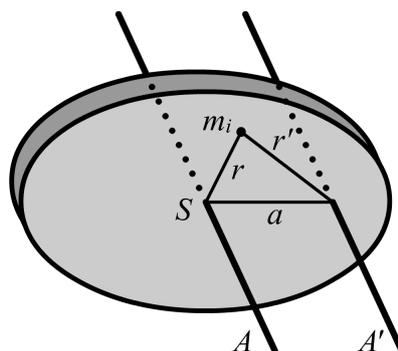


Abbildung 1: Satz von Steiner

Sei nun a der Abstand zwischen A und A' . Dann gilt

$$\begin{aligned}
 J_{A'} &= \int_V r'^2 dm = \lim_{dm \rightarrow 0} \sum_i dm_i r_i'^2 \\
 &= \lim_{dm \rightarrow 0} \sum_i dm_i (r_i^2 + 2ar_i + a^2) \\
 &= \lim_{dm \rightarrow 0} \left(\sum_i dm_i r_i^2 + \sum_i dm_i 2ar_i + \sum_i dm_i a^2 \right) \\
 &= \lim_{dm \rightarrow 0} \left(\sum_i dm_i r_i^2 + \sum_i dm_i a^2 \right) \\
 &= \lim_{dm \rightarrow 0} \left(\sum_i dm_i r_i^2 + a^2 \sum_i dm_i \right) \\
 &= \int_V r^2 dm + a^2 \int_V dm = J_A + Ma^2.
 \end{aligned}$$

Die mittlere Summe verwindet, da A die Achse durch den Schwerpunkt ist. Die nun erhaltende Gleichung

$$J_{A'} = J_A + Ma^2$$

beschreibt den **Satz von Steiner**.

2.4 Trägheitsellipsoid

Wie bereits erklärt, besitzt ein Körper, der um eine beliebige Achse durch den Schwerpunkt rotiert, ein Trägheitsmoment J_A und im Allgemeinen verschiedene Trägheitsmomente bezüglich dazu senkrechter Achsen B und C .

Spielt man auf diese Weise alle möglichen Kombinationen zueinander orthogonaler Achsen durch, so zeichnen sich zwei von ihnen besonders aus, da das Trägheitsmoment für eine Rotation um diese Achsen maximal bzw. minimal ist. Bezüglich der zu den beiden genannten senkrechten Achse nimmt

das Trägheitsmoment einen Sattelpunkt an. Diese drei Achsen heißen **Hauptträgheitsachsen** des Körpers. Bei homogenen geometrischen Körpern sind die Hauptträgheitsachsen immer zugleich Symmetrieachsen. Ein Körper rotiert immer um die Hauptträgheitsachsen, wenn die Drehachse nicht im Raum fixiert ist.

Das Finden der Hauptträgheitsmomente ist äquivalent zum Diagonalisieren des Trägheitstensors, denn letzterer ist ein symmetrischer reeller Tensor der positiven Eigenwerte. Damit beschreibt die zugehörige Matrix eine quadratische Form. Aufgrund der ausschließlich positiven Eigenwerte hat diese Form die Gestalt eines Ellipsoids. Führt man eine Hauptachsentransformation durch, so liefert dies die Eigenwerte, die zugleich die Hauptträgheitsmomente sind. Der entsprechende Ellipsoid wird **Trägheitsellipsoid** genannt. Zeichnet man den Trägheitsellipsoid auf, so lässt sich mit seiner Hilfe das Trägheitsmoment bezüglich einer beliebigen anderen Achse bestimmen, indem man den Abstand des Durchstoßpunktes der Achse durch den Ellipsoid berechnet.

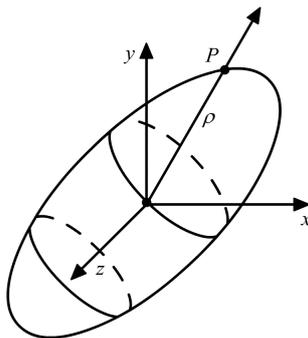


Abbildung 2: Trägheitsellipsoid mit ρ

Denn für diesen gilt die Beziehung

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{J}}.$$

Damit entspricht die größte Ellipsoidachse dem kleinsten und die kleinste Ellipsoidachse dem größten Trägheitsmoment.

2.5 Physikalisches Pendel

Ein physikalisches Pendel unterscheidet sich von dem mathematischen Pendel dadurch, dass hier ein ganzer Körper, also ein Kontinuum von Massenpunkten, außerhalb des Schwerpunktes an einer Drehachse aufgehängt ist und um diese schwingen kann. Bei einem mathematischen Pendel dagegen ist der Körper als Massepunkt idealisiert.

Sei nun m die Masse des pendelnden Körpers und r der Abstand des Massenmittelpunktes zur Drehachse. Die Schwerkraft $F = mg$ wirkt auf das

Pendel, womit für das rücktreibende Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \Rightarrow \quad M = -rF \sin \varphi = -rmg \sin \varphi$$

gilt. Für kleine Winkel φ gilt $\sin \varphi \approx \varphi$ und somit vereinfacht sich M bei kleinen Auslenkungen zu

$$M \approx -rmg\varphi$$

Durch $M = J\ddot{\varphi}$ erhält man somit die Schwingungsgleichung

$$J\ddot{\varphi} + rmg\varphi = 0.$$

Nun lässt sich das physikalische Pendel wie ein mathematisches betrachten, dessen Fadenlänge durch

$$l = \frac{J}{mr}$$

gegeben wird. Da für ein mathematisches Pendel gerade

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad \Rightarrow \quad T_s = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

gilt, ergibt sich daraus die Frequenz der Schwingung eines physikalischen Pendels:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgr}{J}}.$$

Stellt man diese Formel nun nach J um, so erhält man mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$ das Trägheitsmoment des Pendels:

$$J = \frac{mgr}{\omega^2} = \frac{mgrT^2}{4\pi^2}.$$

In diesem Versuch wird nun an dem großen Rad der Masse M noch ein Zusatzgewicht der Masse m_z im Abstand z zur Drehachse befestigt. Somit ist die Gesamtmasse des Pendels $M_{\text{gesamt}} = M + m_z$. Nach dem Hebelgesetz gilt nun für den Schwerpunkt des Rades

$$s = \frac{0 \cdot M + z \cdot m_z}{M + m_z} = \frac{zm_z}{M + m_z}.$$

Also gilt für das Trägheitsmoment des Pendels

$$J = \frac{(M + m_z)gsT^2}{4\pi^2} = \frac{(M + m_z)g\left(\frac{zm_z}{M + m_z}\right)T^2}{4\pi^2} = \frac{gz m_z T^2}{4\pi^2}.$$

Dieses Trägheitsmoment umfasst allerdings noch die Masse des Zusatzgewichtes m_z , durch die die Pendelbewegung ausgelöst wird. Um J_{Rad} zu erhalten, muss das berechnete J noch um das Trägheitsmoment dieser Schwungmasse reduziert werden, welches sich zu $J_m = m_z z^2$ berechnet. Somit folgt

$$J_{\text{Rad}} = J - m_z z^2 = \frac{m_z g z T^2}{4\pi^2} - m_z z^2.$$

2.6 Trägheitsmoment aus dem Drehmoment

Zur experimentellen Bestimmung des Trägheitsmomentes eines bestimmten Körpers kann dieser mit einer Feder in eine Drehschwingung versetzt werden. Aus der Periodendauer der Schwingung kann man nun das Trägheitsmoment berechnen.

Wenn eine Feder um einen Winkel φ ausgelenkt wird, so erzeugt dies ein rücktreibendes Drehmoment M , welches in vollkommener Analogie zum Federkraftgesetz

$$F = -Dx$$

durch die so genannte **Winkelrichtgröße** D beschrieben wird:

$$M = -D\varphi.$$

Andererseits gilt für das Drehmoment

$$M = J\dot{\omega} = J\ddot{\varphi}.$$

Durch Gleichsetzen erhält man eine Differentialgleichung, die die Schwingung beschreibt. Für diese lässt sich ein harmonischer Ansatz wählen, aus dem eine Beziehung für die Periodendauer T_s gewonnen werden kann, nämlich

$$J = D \cdot \left(\frac{T_s}{2\pi} \right)^2.$$

Dabei ist natürlich zu beachten, dass das Trägheitsmoment der verbindenden Achse sowie der Feder selbst vernachlässigt wurde.

2.7 Trägheitsmoment aus der Winkelrichtungsgröße

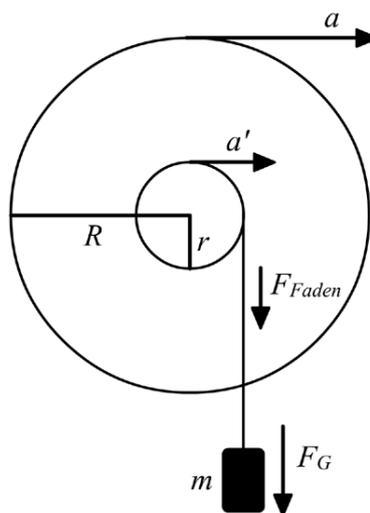


Abbildung 3: Skizze des Rades mit Schwungrad

Auf das Gewicht der Masse m wirkt die Schwerkraft $F_G = mg$. Wenn sich das Schwungrad in Bewegung setzt, so übt der Faden weniger Kraft auf das Schwungrad aus. Es gilt

$$F_{Faden} = mg - ma' = m(g - a').$$

Für das am Schwungrad angreifende Drehmoment gilt also

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r} \quad \Rightarrow \quad M = F_{Faden} \cdot r.$$

Mit dem Trägheitsmoment des Rades J und dessen Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi} = \dot{\omega} = \alpha$ gilt nun für das angreifende Drehmoment die Bewegungsgleichung

$$M = J\alpha.$$

Stellt man dies nach J um, so ergibt sich

$$J = \frac{M}{\alpha} = \frac{F_{Faden} \cdot r}{\alpha} = \frac{m(g - a')r}{\alpha}.$$

Bildet man nun die zeitliche Ableitung der für die Kreisfrequenz ω geltende Formel $\omega R = v$, ergibt sich

$$\dot{\omega} R = \dot{v} \quad \text{oder anders} \quad \alpha R = a.$$

Daraus folgt

$$\alpha = \frac{a}{R}.$$

Analog gilt $\alpha r = a'$, woraus

$$a' = \frac{a}{R} r$$

folgt. Setzt man α und a' nun in J ein, ergibt sich für das Trägheitsmoment des Rades

$$\begin{aligned} J &= \frac{m(g - a')r}{\alpha} \\ &= \frac{m(g - \frac{a}{R}r)rR}{a} \\ &= \frac{(mg - \frac{mar}{R})rR}{a} \\ &= \frac{mgrR}{a} - mr^2. \end{aligned}$$

2.8 Trägheitsmoment verschiedener Körper

Im Folgenden wurden die Trägheitsmomente verschiedener Körper zusammengetragen.

- (1) Kreisscheibe mit Radius R . Achse ist Symmetrieachse.

$$J = \frac{1}{2}MR^2$$

- (2) Kugel mit Radius R . Achse durch Mittelpunkt.

$$J = \frac{2}{5}MR^2$$

- (3) Stab mit Länge L . Achse durch das Stabende und senkrecht zur Stabrichtung.

$$J = \frac{1}{3}ML^2$$

- (4) Stab mit Länge L . Achse durch die Stabmitte und senkrecht zur Stabrichtung.

$$J = \frac{1}{12}ML^2$$

- (5) Würfel der Kantenlänge A . Achse durch Flächenmitte oder Achse diagonal.

$$J = \frac{1}{6}MA^2$$

- (6) Hohlzylinder mit Radien R und r . Achse ist Symmetrieachse.

$$J = \frac{1}{2}M(R^2 + r^2)$$

- (7) Hantelkörper mit Stabmasse M , Hantelkopfmassen M_1 und M_2 , Stablänge $2L$. Achse senkrecht zum Stab.

$$J = \frac{1}{3}ML^2 + M_1L^2 + M_2L^2$$

3 Versuchsdurchführung

3.1 Versuchsteil A

Der Aufbau besteht aus einer Spiralfeder, an deren Mittelpunkt verschiedene Probekörper fixiert und in Schwingung gebracht werden können. Aus ihrer Schwingungsdauer lässt sich auf die oben beschriebene Weise ihr Trägheitsmoment berechnen. Zunächst wird die Drehachse der Spiralfeder parallel zur

Tischebene gekippt und durch Anhängen verschiedener Gewichte die Winkelrichtgröße bestimmt, wobei zu beiden Seiten hin ausgelenkt wird. Zur Berechnung des Trägheitsmomentes aus den geometrischen Größen müssen diese zuvor natürlich auch notiert werden. Nach Kippen der Spiralfeder orthogonal zur Tischebene, lassen sich die Probekörper anbringen und ihre Periodendauern für mehrere Schwingungen messen. Dabei ist darauf zu achten, dass die Schwingung möglichst frei verläuft [ein Anschlagen der Feder an die Gestellwand ist zu vermeiden]. Für ein "Tischchen" werden die Schwingungsdauern unter verschiedenen Winkeln notiert.

3.2 Versuchsteil B

Ein Rad ist mit einem kleineren Rad über eine feste Drehachse verbunden. Durch Anhängen verschiedener Gewichte [100g, 200g, 500g und 1000g] an das kleinere Rad wird mit Hilfe eines Fadens die Erdbeschleunigung in eine Winkelbeschleunigung umgewandelt. Auf das Rad wird zuvor ein Papierstreifen befestigt, auf den durch einen Zeitmarkengeber alle 0.1sec eine Markierung gebracht wird. Daraus ergibt sich die Beschleunigung und damit das Trägheitsmoment.

In einem zweiten Teil wird das Rad durch ein Zusatzgewicht zu einem physikalischen Pendel umgestaltet, aus dessen Schwingung dann ebenfalls das Trägheitsmoment berechnet werden kann.

4 Auswertung

4.1 Trägheitsmomente der Körper

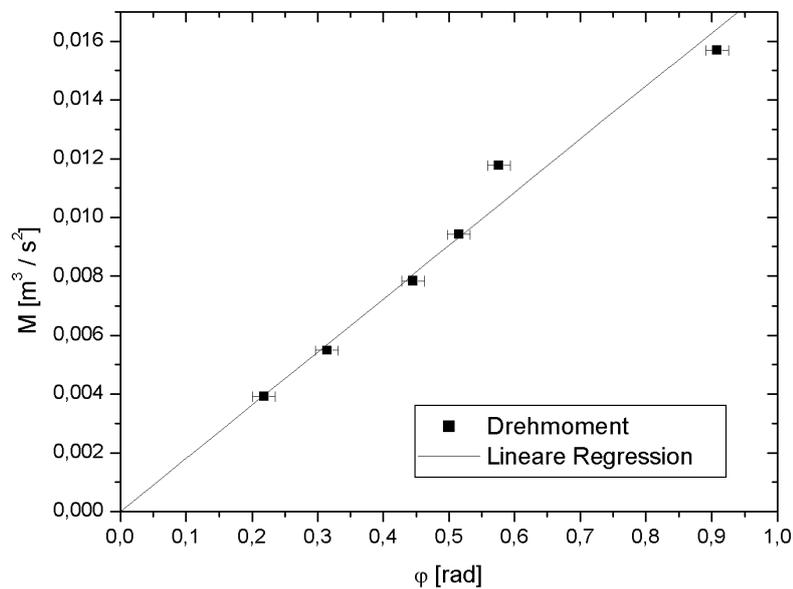
Das Drehmoment M berechnet sich durch

$$M = |\vec{M}| = |\vec{F} \times \vec{r}| = |\vec{F}| \cdot |\vec{r}| = gmr,$$

wobei r der Radius der Scheibe und m die Masse des angehängten Gewichtes ist.

Für φ wurde der Mittelwert der Ausschläge links und rechts verwendet. Der Fehler wurde auf $\sigma_\varphi = 1^\circ$ geschätzt. Die Unterschiede zwischen der mathematisch positiven und der negativen Auslenkung lassen sich dadurch erklären, dass die Spiralfeder, die dem Drehmoment entgegenwirkt, in die eine Richtung gedehnt und in die andere gestaucht wird.

m [kg]	φ [°]	φ [rad]	M
0.0	0.0	0.0	0.0
0.005	12.5	0.2181	0.003925
0.007	18.0	0.3141	0.005494
0.010	25.5	0.4451	0.007848
0.012	29.5	0.5149	0.009418
0.015	38.0	0.6632	0.011772
0.020	52.0	0.9076	0.015696

Abbildung 4: Bestimmung von D

Durch lineare Regression ergibt sich

$$D = \frac{M}{\varphi} = 0,0181 \text{ Nm}$$

mit dem Fehler

$$\sigma_D = 0,0006 \text{ Nm.}$$

Jetzt lässt sich das Trägheitsmoment der Körper mit der Gleichung

$$J = D \cdot \left(\frac{T_s}{2\pi}\right)^2$$

mit dem Fehler

$$\sigma_J = \sqrt{\sigma_D^2 \left(\frac{\partial J}{\partial D}\right)^2 + \sigma_{T_s}^2 \left(\frac{\partial J}{\partial T_s}\right)^2}$$

berechnen.

Es berechneten sich somit folgende Trägheitsmomente in $kg\,m^2$:

Körper	$J \cdot 10^{-4}$ theor.	$J \cdot 10^{-4}$ exp.	$\sigma_{J_{ex.}} \cdot 10^{-4}$
Kugel	4.13	4.22	0.19
Vollzylinder	2.87	2.81	0.14
Scheibe	13.52	12.63	0.15
Hohlzylinder	22.56	4.88	0.21
Hantel	41.98	48.37	0.46
Würfel [Mitt.pkt.]	4.98	4.73	0.21
Würfel [Ecke]	4.98	4.92	0.21
Stab [Schwerpkt.]	21.88	23.40	0.25
Stab [n. Schwerpkt.]	28.60	30.49	0.31

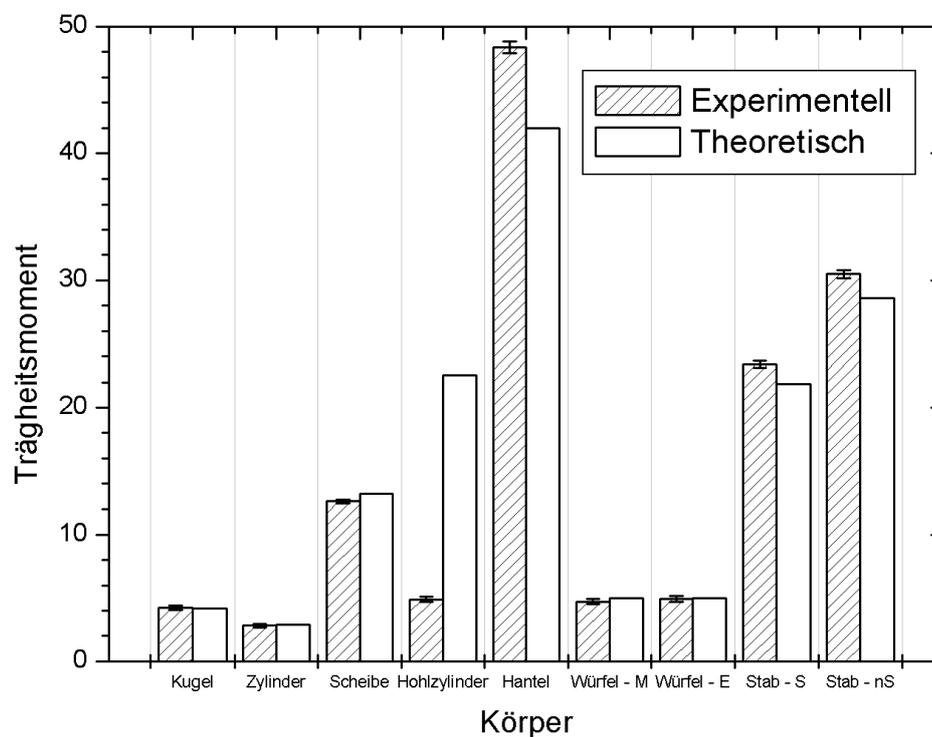


Abbildung 5: Trägheitsmomente der Probekörper

4.2 Trägheitsmoment des Tischchens

φ [°]	J	\sqrt{J}
0	$3.1137 \cdot 10^{-4}$	0.017646
30	$2.9962 \cdot 10^{-4}$	0.017310
60	$3.7026 \cdot 10^{-4}$	0.019242
90	$4.4749 \cdot 10^{-4}$	0.021154
120	$4.6363 \cdot 10^{-4}$	0.021532
150	$3.9158 \cdot 10^{-4}$	0.019788
180	$3.1211 \cdot 10^{-4}$	0.017667
210	$2.9817 \cdot 10^{-4}$	0.017267
240	$3.6223 \cdot 10^{-4}$	0.019032
270	$4.4747 \cdot 10^{-4}$	0.021154
300	$4.6001 \cdot 10^{-4}$	0.021448
330	$3.8414 \cdot 10^{-4}$	0.019599

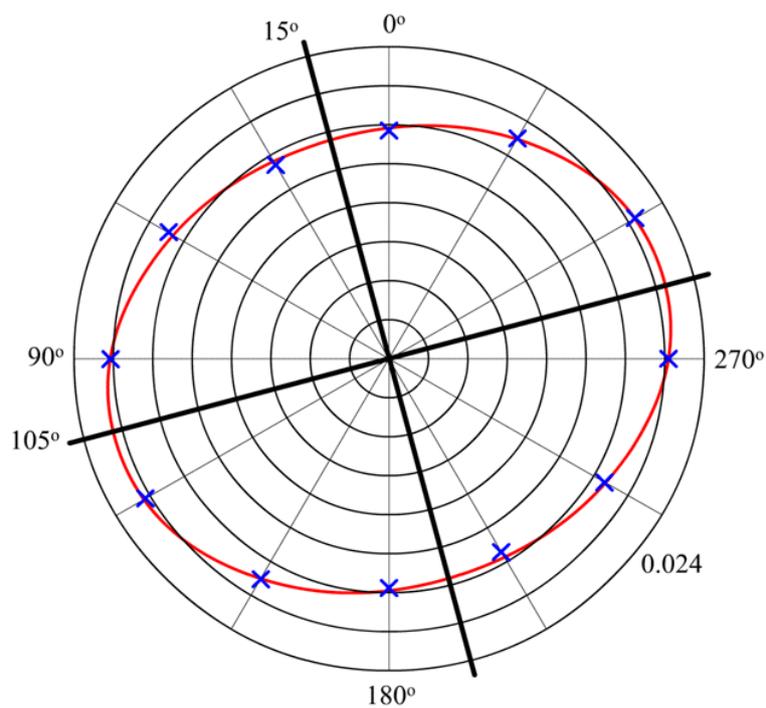


Abbildung 6: Trägheitsellipsoid

Das Trägheitsellipsoid wurde in diesem Versuch nur in zwei Dimensionen betrachtet, somit zeigt die Grafik eine Ellipse. Die Hauptträgheitsachsen des "Tischchens" wurden bei

15° und 105°

ermittelt.

4.3 Trägheitsmoment des Rades

Die Auswertung des Papierstreifens ergab folgende Werte [Abstände in mm]:

Zeit [s]	1.0 kg	0.5 kg	0.2 kg	0.1 kg
0.0	0	0	0	0
0.1	10	11	9	5
0.2	26	11	10	6
0.3	45	14	14	7
0.4	61	23	16	11
0.5	78	30	20	11
0.6	95	41	25	12
0.7	113	49	27	15
0.8	129	56	31	17
0.9	148	66	34	18
1.0	165	74	38	19
1.1	175	82	41	21
1.2	195	91	45	23
1.3	-	98	47	25
1.4	-	108	51	27
1.5	-	117	54	28
1.6	-	123	56	30
1.7	-	131	61	33
1.8	-	135	63	35
1.9	-	-	67	34
2.0	-	-	69	38

Die entsprechenden Winkelbeschleunigung ergeben sich aus einer linearen Regression:

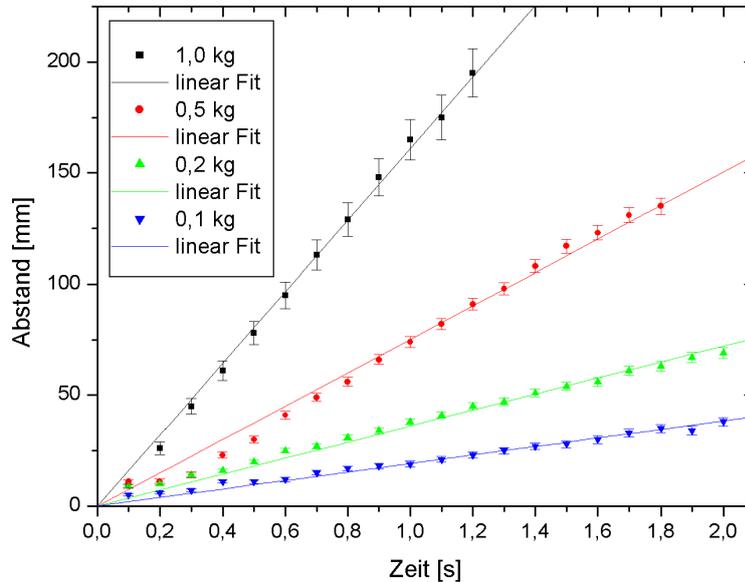


Abbildung 7: Bestimmung von $\ddot{\omega}$

Nun können die Trägheitsmomente mit der Formel

$$J = \frac{rmgR}{\ddot{\omega}} - r^2m$$

berechnet werden. Der Fehler ergibt sich durch das Gesetz der Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_J = \sqrt{\sigma_r^2 \left(\frac{\partial J}{\partial r} \right)^2 + \sigma_R^2 \left(\frac{\partial J}{\partial R} \right)^2 + \sigma_{\ddot{\omega}}^2 \left(\frac{\partial J}{\partial \ddot{\omega}} \right)^2},$$

wobei $\sigma_r = 0,0016 \text{ m}$ und $\sigma_R = 0,0032 \text{ m}$ geschätzt wurde.

m [kg]	$\ddot{\omega} [m s^{-1}]$	$\sigma_{\ddot{\omega}} [m s^{-1}]$	$J [kg m^2]$	$\sigma_J [kg m^2]$
1.0	1.6654	0.0408	0.0878	0.0024
0.5	0.7909	0.0255	0.0926	0.0028
0.2	0.3226	0.0119	0.0909	0.0024
0.1	0.1662	0.0051	0.0884	0.0023

4.4 Physikalisches Pendel

Aus unseren Messungen ergibt sich der Mittelwert der Schwingungsdauern $T_s = 2,70 \text{ s}$ mit dem Fehler $\sigma_T = 0,01 \text{ s} + 0,005 \cdot 2,7 \text{ s} \approx 0,03 \text{ s}$.

Nun lässt sich das Trägheitsmoment des Rades nach der Gleichung

$$J = \frac{zmgT_s^2}{4\pi^2} - z^2m$$

berechnen. Der Fehler ergibt sich mittels der Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_J = \sqrt{\sigma_z^2 \left(\frac{\partial J}{\partial z}\right)^2 + \sigma_T^2 \left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)^2}.$$

Es ergibt sich das Trägheitsmoment

$$J = 0,0731 \text{ kg m}^2$$

mit dem Fehler

$$\sigma_J = 0,0049 \text{ kg m}^2.$$

5 Diskussion

5.1 Fehlerdiskussion

Versuchsteil A

Die Fehler entstanden vor allem durch Messungenauigkeiten bei der Schwingung und durch die Idealisierung, das Pendel sei reibungslos.

Eine weitere Fehlerquelle ist sicherlich, dass das Trägheitsmoment der verbindenden Achse sowie der Feder vernachlässigt wurde.

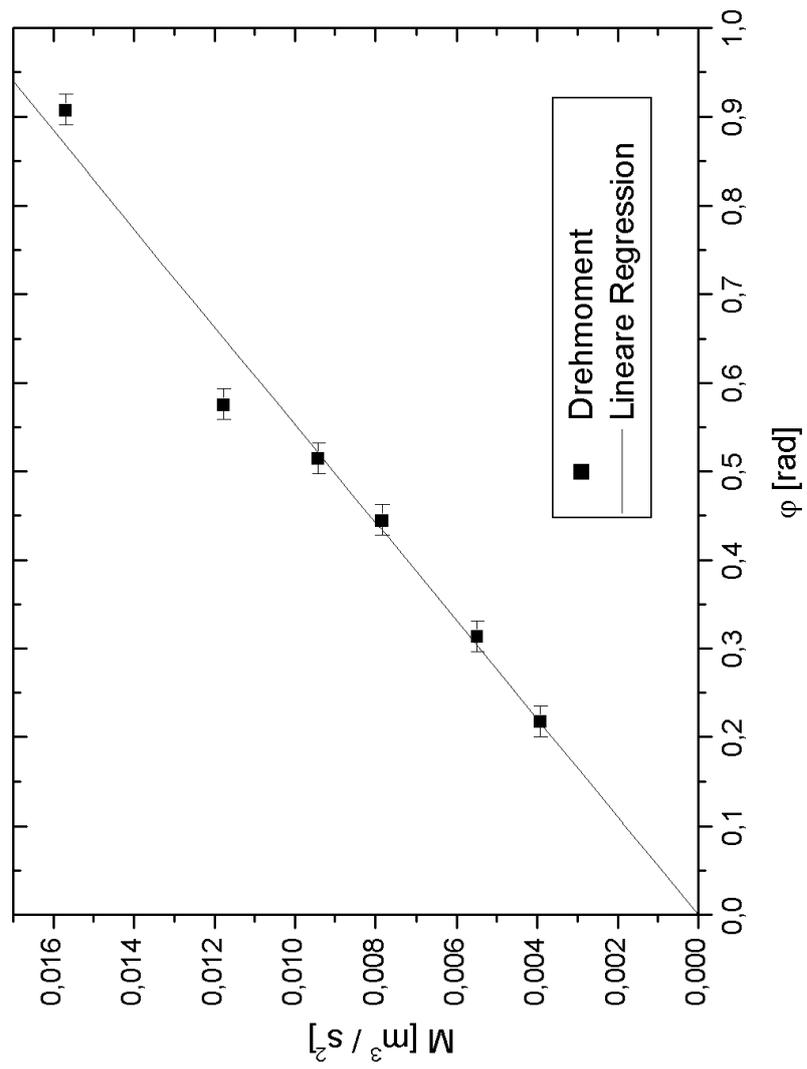
Die so sehr große Differenz beim Hohlzylinder ist uns nicht erklärbar. Entweder haben wir uns verzählt oder die Stoppuhr nicht richtig betätigt. Auch wiederholte Prüfungen ergaben keine Aufklärung der Fehlerquelle.

Versuchsteil B

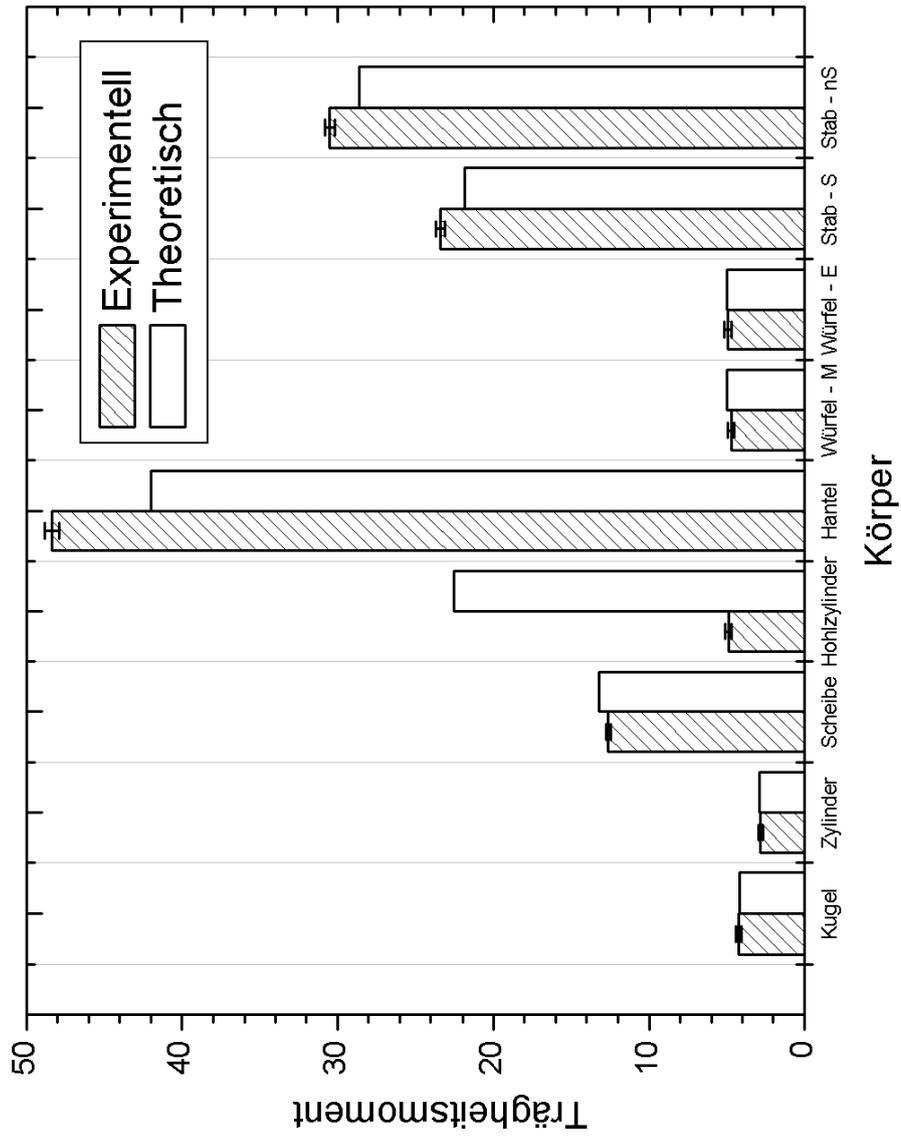
Die Messungen bei den Winkelbeschleunigungen waren sehr gut, die Endergebnisse liegen alle innerhalb der errechneten Fehlerbalken. Das Trägheitsmoment aus den Schwingungsdauern des Pendels unterscheidet sich von den vorherigen Messungen, da das Pendel als reibungslos betrachtet wurde.

6 Anhang

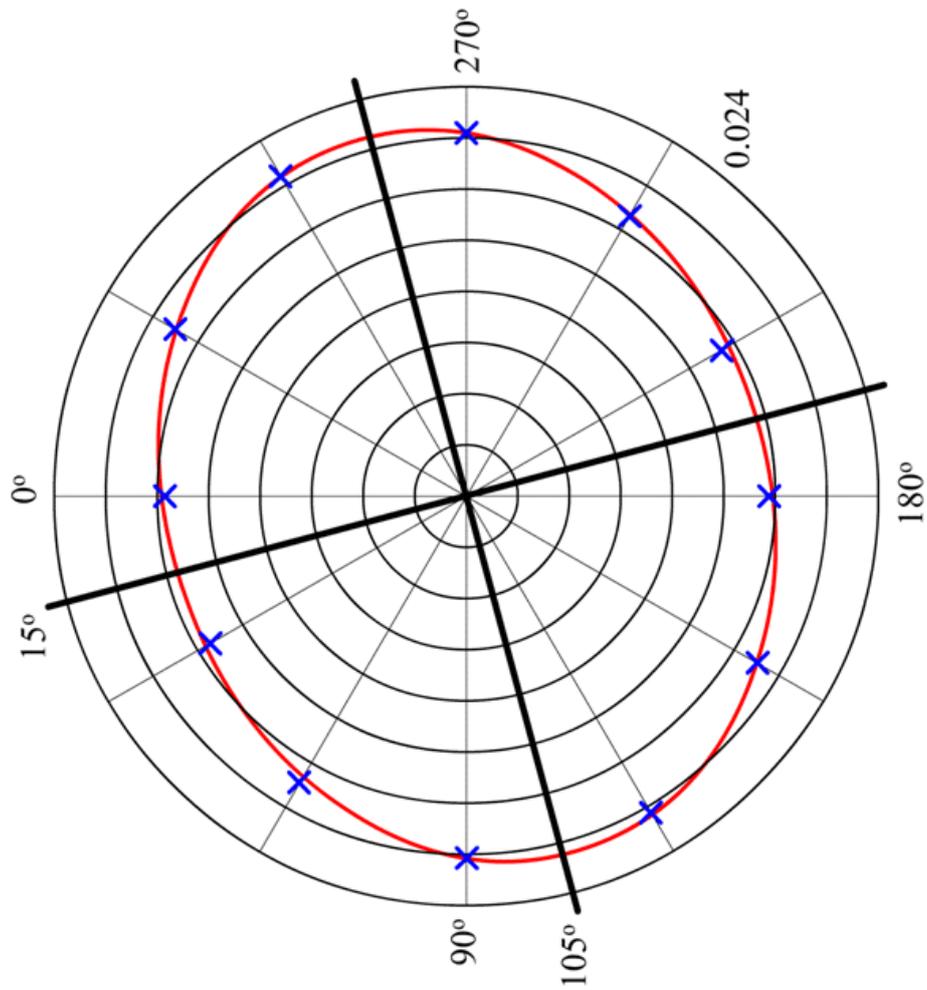
6.1 Abbildung 4 - Bestimmung von D



6.2 Abbildung 5 - Trägheitsmomente der Probekörper



6.3 Abbildung 6 - Trägheitsellipsoid



6.4 Abbildung 7 - Bestimmung von $\ddot{\omega}$ 