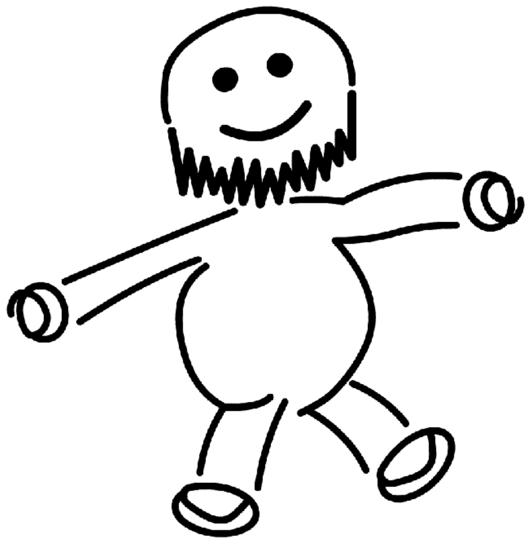
Physikalisches Praktikum für das Hauptfach Physik

Versuch 10

Die Potentialwaage

Sommersemester 2005



Name:	Daniel Scholz
Mitarbeiter:	Hauke Rohmeyer
EMail:	physik@mehr-davon.de
Gruppe:	13

Assistent:	Sarah Köster
Durchgeführt am:	16. Juni 2005
Protokoll abgebeben:	14. Juli 2005
Protokoll verbessert:	—

Unterschrift:

Testiert: ____________________________

1 Einleitung

Elektrische Felder üben eine Kraft auf geladene Teilchen aus, deren Stärke maßgeblich durch die Naturkonstante ε_0 - der sogenannten Influenzkonstanten der elektrischen Feldstärke - ausgedrückt wird. Die quantitative Bestimmung dieser Größe ist Gegenstand des vorliegenden Versuches. Wie zur Messung der Gewichtskraft lässt sich hierbei das Prinzip der Balkenwaage ausnutzen, wobei eine ihrer Waagschalen durch einen Plattenkondensator ausgetauscht wird. Dieser Aufbau der Potentialwaage war eine der ersten Vorrichtungen zur Messung der elektrischen Kraftwirkung.

2 Theorie

2.1 Kraft im elektrischen Feld

Zwischen zwei Punktladungen q_1 und q_2 an den Orten $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$ wirkt eine wechselseitige Kraft, die durch das ***Coulombsche Gesetz*** beschrieben wird. Es weist eine dem Gravitationsgesetz sehr ähnliche Form auf und lautet

$$\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} = -\vec{F}_{12},$$

dabei ist ε_r eine dimensionslose Konstante, die materialspezifisch ist. Für Luft, dem in diesem Versuch behandelten Fall, gilt $\varepsilon_r \approx 1$. Die gesuchte Größe ε_0 beschreibt demnach die Stärke des Feldes.

Eine kleine Probeladung q im Raum lässt sich als elektrische Feldsonde verwenden. Der Quotient aus Kraft und Probeladung ist dann charakteristisch für das wirkende elektrische Feld und wird als dessen Stärke bezeichnet. Es gilt dann

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

für das Feld um eine Punktladung Q im Ursprung. Umgekehrt lässt sich hieraus natrürlich die Kraft durch $\vec{F} = q\vec{E}$ gewinnen.

2.2 Arbeit und Potential im elektrischen Feld

Bei Bewegung der Probeladung muss also Arbeit gegen die oben beschriebene Kraft verrichtet werden, die als integrale Größe definiert ist. Von einem Punkt r_1 hin zu einem Punkt r_2 besitzt sie die Gestalt

$$W_{12} = -\int_{r_1}^{r_2} \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r} = -q\int_{r_1}^{r_2} \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{r}.$$

Nach Maxwell ist das elektrische Feld $\vec{E}$ rotationsfrei, es gilt also [im Vakuum] $\mathrm{rot}\vec{E} = 0$, dadurch ist $\vec{E}$ durch ein skalares Potential ϕ beschreibbar:

$$\vec{E} = -\nabla\phi.$$

Das Integral der Arbeit ist daher unabhängig vom gewählten Weg und nur von Anfangs- und Endpunkt der Bahn abhängig. Ein solches Kraftfeld wird als konservativ bezeichnet, es gilt also

$$W_{12} \;=\; q\cdot(\phi(r_2)-\phi(r_1)).$$

Die Potentialdifferenz $\phi(r_2)-\phi(r_1)$ wird auch als elektrische Spannung U bezeichnet, die durch die Angabe des Feldes und den zwei Punkten, zwischen denen sie besteht, eindeutig charakterisiert ist. Es gilt somit

$$W \;=\; q\cdot U, \qquad U \;=\; \frac{W}{U} \qquad \text{und} \qquad U \;=\; -\int_{r_1}^{r_2}\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{r}.$$

2.3 Satz von Gauß

Der elektrische Fluss Φ, der das elektrische Feld beschreibt, das eine Fläche A durchdringt, berechnet sich nach

$$\Phi \;=\; \int_A \vec{E}\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}a,$$

wobei $\vec{n}$ der Normalenvektor der Fläche A ist. Wird nun ein elektrisches Feld durch eine Punktladung Q erzeugt, so gilt für den elektrischen Fluss gerade

$$\Phi \;=\; \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

2.4 Der Plattenkondensator

Ein Plattenkondensator besteht aus zwei gegenüberliegenden Metallplatten mit einem möglichst geringen Abstand d. Legt man zwischen den Platten eine Spannung U an, so erfolgt eine Ladungstrennung, die ein elektrisches Feld zwischen den Platten hervorruft. Dieses Feld ist im Inneren des Kondensators weitgehend homogen, für die elektrische Feldstärke gilt

$$E \;=\; \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \;=\; \frac{U}{d}.$$

Die Kapazität C eines Kondensators, dessen Platten die Oberfläche A besitzen, ergibt sich nach dem Satz von Gauß zu

$$C \;=\; \varepsilon_0\frac{A}{d} \;=\; \frac{Q}{U}.$$

Bringt man nun eine kleine Ladung $\mathrm{d}Q$ von einer auf die andere Platte, so wird die potentielle Energie E_{pot} des Systems erhöht, es gilt dabei skalar gerade

$$\mathrm{d}E_{\text{pot}} \;=\; Fd \;=\; Ed\,\mathrm{d}Q \;=\; U\,\mathrm{d}Q \;=\; \frac{Q}{C}\,\mathrm{d}Q.$$

Für die Gesamtenergie, die das System durch die Ladungstrennung erhält, gilt also

$$E_{\mathrm{pot}} \;=\; \frac{1}{C}\int_0^Q Q'\,\mathrm{d}Q' \;=\; \frac{Q^2}{2C} \;=\; \frac{1}{2}CU^2 \;=\; \frac{\varepsilon_0 A U^2}{2d}.$$

Für die Kraft, die zwischen den Platten wirkt, gilt

$$F \;=\; -\nabla E_{\mathrm{pot}} \;=\; -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}d}\left(\frac{\varepsilon_0 A U^2}{2d}\right) \;=\; \frac{\varepsilon_0 A U^2}{2d^2}.$$

Im Versuch wird ein Plattenkondensator verwendet, bei dem die beiden Metallplatten kreisförmig sind und den Radius R haben. Da die Kondensatorplatte einen umgebenen Schutzring haben und die Schlitzbreite zwischen Platte und Schutzring gerade $a = 1\,mm$ beträgt, gilt für die Fläche des Kondensators

$$A \;=\; \pi(R^2 - Ra)$$

mit $R = 40\,mm$. Stellt man nun die zuvor gewonnene Gleichung um, so erhält man

$$\varepsilon_0 \;=\; \frac{2Fd^2}{AU^2} \;=\; \frac{2Fd^2}{\pi(R^2 - Ra)U^2}, \tag{2.1}$$

dies ist die Gleichung, die in der Auswertung benötigt wird.

2.5 Das Prinzip der Kirchhoffschen Potentialwaage

Der grundlegende Versuchsaufbau besteht aus einer Balkenwaage, auf deren einer Seite eine Waagschale und auf der anderen die obere Platte eines Plattenkondensators befestigt ist. Die Entfernung der unteren Platte lässt sich anhand einer Mikrometerschraube regeln. Zwischen den Platten wird eine gleichgerichtete Hochspannung angelegt.

Durch kleine Gewichte in der einen Waagschale [1 bis $5\,g$] und durch Anlegen einer Spannung [2 bis $5\,kV$] an den Kondensatorplatten kann nun die Gewichtskraft und die Kraft zwischen den Kondensatorplatten gegeneinander gemessen werden, um aus der Formel (2.1) die Influenzkonstante ε_0 zu bestimmen.

2.6 Wirkungsweise einer Gleichrichterschaltung

Um im Versuchsaufbau die Wechselspannung gleichzurichten, muss also eine ***Gleichrichterschaltung*** verwendet werden.

Die heute überwiegend verwendete Schaltung nennt man die ***Graetz Schaltung***. Bei dieser Schaltung werden vier Dioden in einer Brückenschaltung eingesetzt. Eine Diode leitet bei positiver Spannung der Anode gegen die Kathode, bei negativer Spannung sperrt sie. Bei der Graetz Schaltung leiten die

Dioden abwechselnd den Strom für die positive bzw. negative Halbwelle der Wechselspannung. Die unteren Wellen der Wechselspannung werden somit an der Abzisse gespiegelt. Die Glättung des pulsierenden Gleichstroms wird durch einen Kondensator erreicht.

3 Versuchsdurchführung

Die Versuchsdurchführung gliedert sich in zwei Teile:

3.1 Konstante Kraft

In Teil 1 wird bei verschiedenen vorgegebenen Gewichten und Spannungen der Plattenabstand so lange erhöht, bis sich die obere Kondensatorplatte abhebt. Die gemessenen Werte sind relative Längenangaben, zu denen in der späteren Auswertung ein Korrekturwert bestimmt wird.

3.2 Konstanter Plattenabstand

In Teil 2 werden nun verschiedene Gewichte und Abstände vorgegeben und die Spannung wird jeweils so lange vermindert, bis die obere Kondensatorplatte abgehoben wird.

4 Auswertung

4.1 Konstante Kraft

In diesem Teil wurden nun Gewichte der Masse M zwischen $2\,g$ und $5\,g$ vorgegeben, wir erhielten also die Kraft $F = Mg$. Die folgende Abbildung zeigt nun den Plattenabstand, bei dem die obere Kondensatorplatte in Abhängigkeit der Spannung abgehoben wurde.

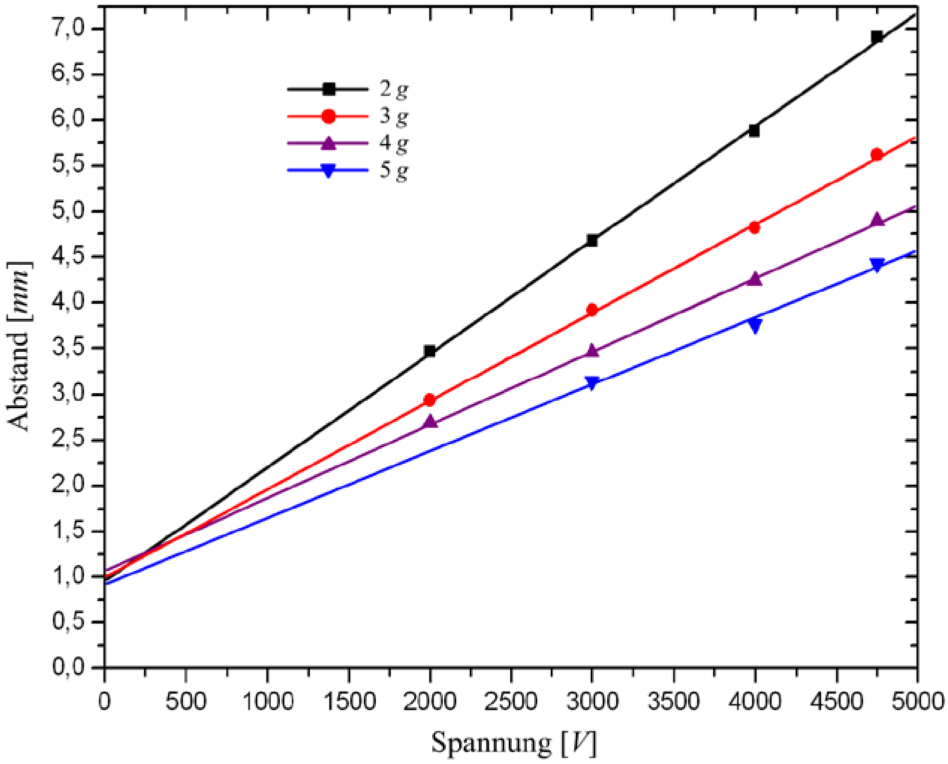


Abbildung 1: Plattenabstand gegen Spannung

Die Steigung m der einzelnen Geraden erhält man durch lineare Regression und diese gibt nun d/U in mm/V an. Somit können wir ε_0 durch

$$\varepsilon_0 \;=\; \frac{2Fd^2}{AU^2} \;=\; \frac{2F}{A}m^2$$

berechnen, dabei ist $A = \pi(R^2 - Ra)$ mit $R = 40\,mm$ und $a = 1\,mm$. Diese Angaben sind nach dem Praktikumsskript exakt, somit erhalten wir einen Fehler von

$$\sigma_{\varepsilon_0} \;=\; \sigma_m \frac{4F}{A} m.$$

Wir erhalten nun folgende Ergebnisse:

vorgegebene Masse	m $[m/V]$	ε_0 $[As/Vm]$
$2\,g$	$(12,5 \pm 0,27) \cdot 10^{-7}$	$(12,51 \pm 1,71) \cdot 10^{-12}$
$3\,g$	$(9,64 \pm 0,19) \cdot 10^{-7}$	$(11,16 \pm 1,45) \cdot 10^{-12}$
$4\,g$	$(7,99 \pm 0,16) \cdot 10^{-7}$	$(10,22 \pm 1,31) \cdot 10^{-12}$
$5\,g$	$(7,30 \pm 0,67) \cdot 10^{-7}$	$(10,69 \pm 6,22) \cdot 10^{-12}$

Der gewichtete Mittelwert dieser Werte ergibt

$$\varepsilon_0 \;=\; (11,09 \pm 0,84) \cdot 10^{-12}\,\frac{A\,s}{V\,m}.$$

Der wahre Plattenabstand

Wie schon in Abbildung 1 zu erkennen ist, entsprach der an der Mikrometerschraube abgelesene Plattenabstand nicht dem wahren Plattenabstand [Offset]. Aus den gewichteten Ordinatenabschnitten Δ der Geraden aus Abbildung 1 kann nun der wahre Plattenabstand d_w mittels $d_w = d - \Delta$ berechnet werden. Wir erhielten

$$\Delta \;=\; 1,029 \pm 0,406\; mm.$$

4.2 Konstanter Plattenabstand

In diesem Teil wurde nun ein fester Plattenabstand vorgegeben und zu unterschiedlichen Kräften die Spannung gemessen. Die folgende Abbildung zeigt nun die Kraft, bei dem die obere Kondensatorplatte in Abhängigkeit der quadratischen Spannung abgehoben wurde.

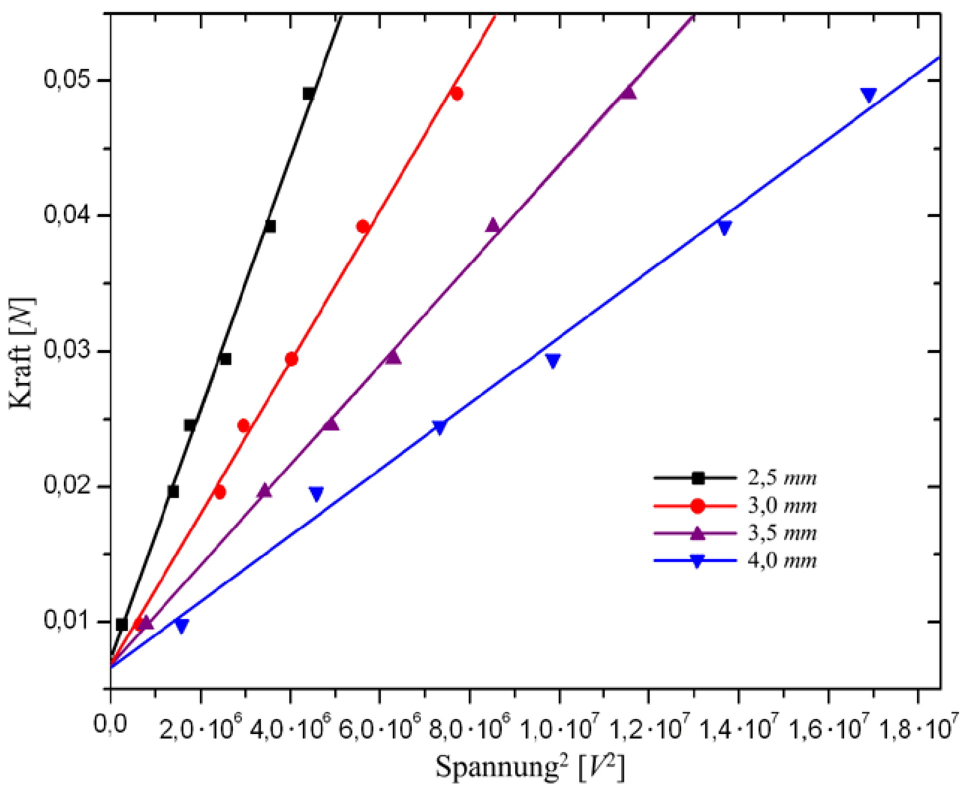


Abbildung 2: Kraft gegen Quadrat der Spannung

Die Steigung m der einzelnen Geraden erhält man durch lineare Regression und diese gibt nun F/U^2 in N/V^2 an. Somit können wir ε_0 durch

$$\varepsilon_0 \;=\; \frac{2Fd_w^2}{AU^2} \;=\; \frac{2d_w^2}{A}m$$

berechnen. Wir erhalten dabei einen Fehler von

$$\sigma_{\varepsilon_0} = \sqrt{\sigma_m^2 \left(\frac{2d_w^2}{A}\right)^2 + \sigma_{d_w}^2 \left(\frac{4d_w m}{A}\right)^2}.$$

Wir erhalten nun folgende Ergebnisse:

Abstand d	wahrer Abstand d_w	m $[N/V^2]$	ε_0 $[As/Vm]$
$2,5\,mm$	$1,47 \pm 0,04\,mm$	$(9,29 \pm 0,35) \cdot 10^{-9}$	$(8,20 \pm 1,66) \cdot 10^{-12}$
$3,0\,mm$	$1,97 \pm 0,04\,mm$	$(5,60 \pm 0,19) \cdot 10^{-9}$	$(8,88 \pm 1,44) \cdot 10^{-12}$
$3,5\,mm$	$2,47 \pm 0,04\,mm$	$(3,68 \pm 0,08) \cdot 10^{-9}$	$(9,18 \pm 1,09) \cdot 10^{-12}$
$4,0\,mm$	$2,97 \pm 0,04\,mm$	$(2,45 \pm 0,11) \cdot 10^{-9}$	$(8,83 \pm 1,41) \cdot 10^{-12}$

Der gewichtete Mittelwert dieser Werte ergibt

$$\varepsilon_0 = (8,87 \pm 0,68) \cdot 10^{-12} \, \frac{A\,s}{V\,m}.$$

5 Diskussion

[Nachdem die Waage zum Laufen gebracht wurde, war der Versuch echt in Ordnung und auch die Auswertung war nicht zu umfangreich.]$_{\text{Daniel}}$

[Eingentlich war dieser Versuch recht spaßig. Etwas gestört haben die ungenauen Angaben im Praktikumsskript, ob das Gerät nun justiert werden solle oder nicht.]$_{\text{Hauke}}$

5.1 Literaturwert und Fehlerdiskussion

Der Literaturwert von ε_0 ist nach Meschede, D. (2001): "Gerthsen Physik", 21. Auflage, Springer Berlin,

$$\varepsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \, \frac{A\,s}{V\,m}.$$

Konstante Kraft

Unser Ergebnis aus Teil 1 weicht um 25% vom Literaturwert ab. Wir gehen davon aus, dass wir durch unseren [verbotenen] Versuch die Waage zu justieren die Anlage eher aus dem Gleichgewicht gebracht haben als den Aufbau zu verbessern. Es ist möglich, dass die obere Kondensatorplatte den umgebenen Ring berührte und somit Reibung die Messung beeinflusst hat. Evtl. haben wir dadurch eine größere Steigung und somit einen zu großen Wert für ε_0 erhalten.

Konstanter Plattenabstand

Unser zweites Ergebnis für ε_0 weicht nur um 0,2% vom Literaturwert ab. Wir haben also einen äußerst guten Wert erzielt, vielleicht war uns zu diesem Zeitpunkt der Aufbau besser vertraut und wir konnten somit bessere und genauere Werte messen. Der recht große Fehlerbalken entstand hierbei vor allem durch die Fehlerfortpflanzung des Fehlers vom wahren Plattenabstand.