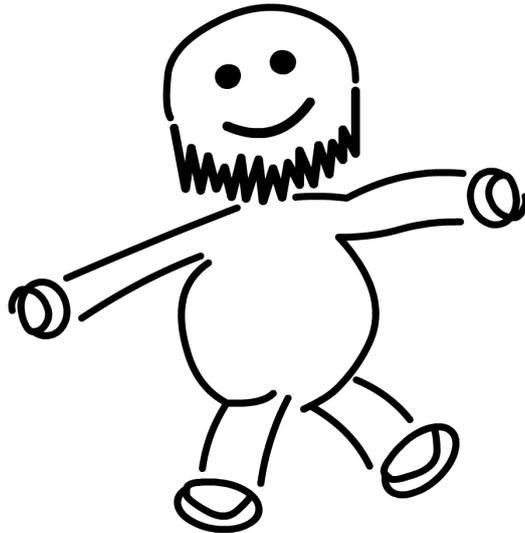


Physikalisches Praktikum für das Hauptfach Physik

Versuch 13

Die spezifische Elektronenladung

Wintersemester 2005 / 2006



Name:	Daniel Scholz
Mitarbeiter:	Hauke Rohmeyer
E-Mail:	physik@mehr-davon.de
Gruppe:	B9
Assistent:	Tobias Liese
Durchgeführt am:	23. September 2005
Protokoll abgeben:	31. Oktober 2005
Protokoll verbessert:	—

Testiert: _____

1 Einleitung

Die Ladung e oder die Masse m_e eines Elektrons lassen sich schwer einzeln bestimmen, da sie bei physikalischen Phänomenen meistens zusammen, als zwei Unbekannte einer Gleichung, vorkommen. Der Quotient e/m_e aus ihnen wird *spezifische Elektronenladung* genannt und ist einfacher zu bestimmen, da damit aus den zwei Unbekannten eine gemacht worden ist.

2 Theorie

2.1 Elektronenkanone

Die folgende Abbildung zeigt schematisch den Aufbau einer Elektronenkanone.

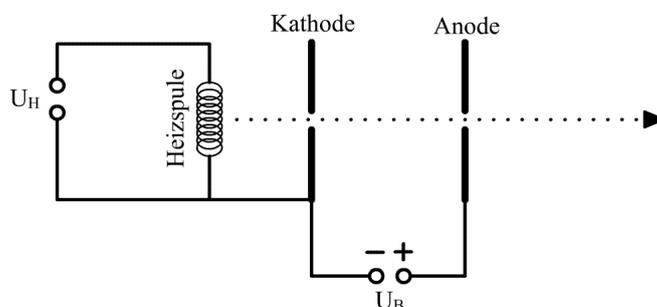


Abbildung 1: Aufbau einer Elektronenkanone.

Die Heizspule wird durch die Spannung U_H aufgeheizt und emittiert Elektronen. Diese kommen in das durch die Spannung U_B aufgebaute Feld und werden in Richtung Anode beschleunigt, wo sie durch ein kleines Loch austreten. Die durch U_B hervorgerufene Energie eU_B ist mit der kinetischen Energie der Elektronen E_{kin} vergleichbar:

$$eU_B = E_{kin} = \frac{1}{2}m_e v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2eU_B}{m_e}},$$

dabei ist v die Austrittsgeschwindigkeit, e die Ladung und m_e die Masse eines Elektrons.

Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab, somit tendieren auch die Elektronen dazu auseinander zu fliegen. Um den Strahl fokussiert zu halten wird er zwischen Kathode und Anode durch einen negativ geladenen Zylinder, einem sogenannten *Wehneltzylinder*, geleitet. Die negative Ladung des Zylinders hält die Elektronen auf seiner Symmetriachse fokussiert. Mit einem Wehneltzylinder kann man auch sehr gut die Intensität des Strahles regulieren, denn je größer seine Oberflächenladung, desto mehr Elektronen werden auf einer Bahn durch das Loch in der Anode gehalten. Dies wird

u.a. im Fernseher genutzt.

Zusätzlich zur Fokussierung mit dem Wehneltzylinder findet in dem Glaszylinder, der mit Argon gefüllt ist, noch die Gasfokussierung statt. Durch Zusammenstöße mit den Elektronen werden die Argonatome negativ ionisiert. Die negativen Argonionen werden durch den Elektronenstrahl auseinandergedrückt und bilden so eine negativ geladene Röhre um den Elektronenstrahl. Da die Argonionen träger als die Elektronen sind, fokussiert diese Röhre den Elektronenstrahl nach dem selben Prinzip wie der Wehneltzylinder.

Elektronen sind sehr klein, zu klein um sie mit dem bloßen Auge sehen, geschweige denn im Flug beobachten zu können. Die Elektronen haben allerdings genug kinetische Energie, um Gasmoleküle, mit denen sie zusammenstoßen, anzuregen. Wenn die angeregten Moleküle wieder in den Grundzustand zurückfallen, strahlen sie Licht ab. Deswegen ist der Elektronenstrahl als "Fadenstrahl" sichtbar.

2.2 Die Helmholtzspule

Die Helmholtzspule besteht aus zwei identischen, dünnen Spulen, deren Abstand zueinander gleich ihrem Radius ist. Dieser Aufbau gewährt ein möglichst homogenes Magnetfeld zwischen den Spulen.

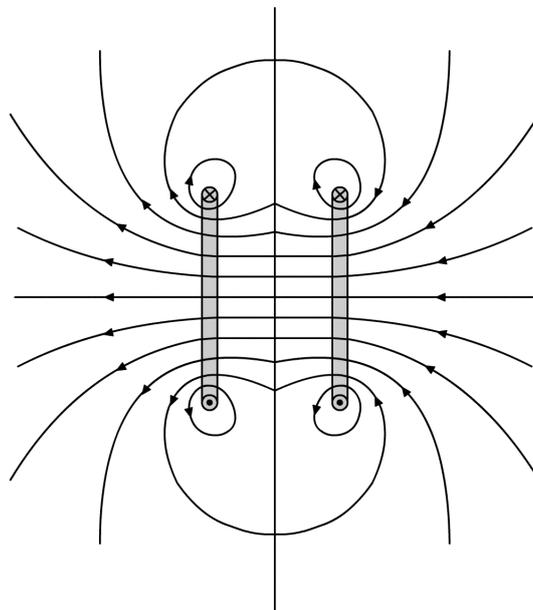


Abbildung 2: Magnetfeld eines Helmholtzspulenpaares.

Wir legen das Koordinatensystem so, dass die z -Achse entlang der Symmetriachse der Spulen verläuft und der Ursprung sich im Schwerpunkt befindet. Das Magnetfeld zeigt wegen der Symmetrie innerhalb immer in z -Richtung,

außerdem ist es zylindersymmetrisch. Das Magnetfeld im Ursprung auf der z-Achse kann mittels Superposition von zwei dünnen Spulen berechnet werden und ergibt sich zu

$$B_{\vec{e}_z} = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r n I R^2 \left[\left(R^2 + \left(z - \frac{R}{2} \right)^2 \right)^{-\frac{3}{2}} \left(R^2 + \left(z + \frac{R}{2} \right)^2 \right)^{-\frac{3}{2}} \right],$$

dabei ist R der Radius der Spulen. Abbildung 3 zeigt das Magnetfeld der Spule auf der x-y-Ebene bei $z = 0$ in Abhängigkeit vom Abstand zum Ursprung. Dies sind die theoretischen Werte für eine Helmholtzspule mit Radius $R = 0,12 \text{ m}$ und Windungszahl $n = 200$ welche von einem Strom von $I = 1 \text{ A}$ durchflossen wird. In Luft kann $\mu_r \approx 1$ angenommen werden.

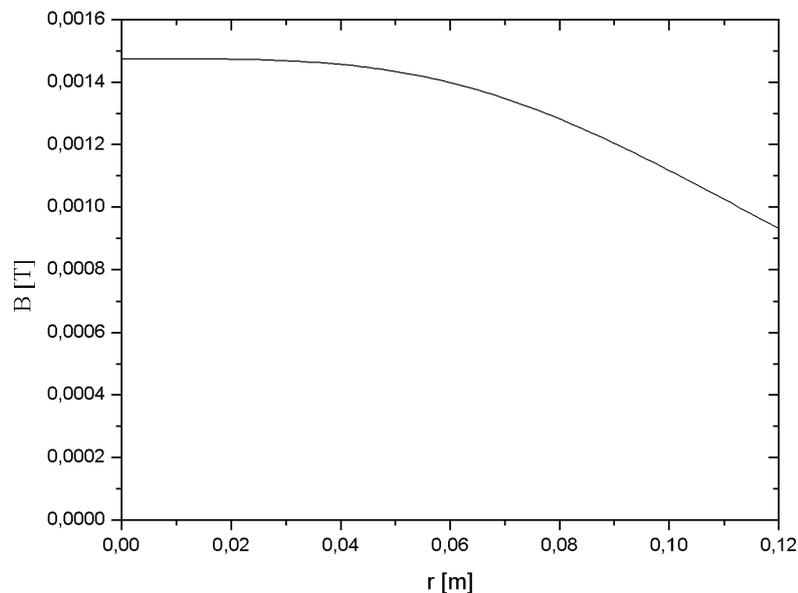


Abbildung 3: Magnetfeld auf der x-y-Ebene einer Helmholtzspule.

Im Inneren kann das Magnetfeld durch

$$B = \frac{8}{\sqrt{125}} \mu_0 \mu_r \frac{nI}{R} \quad (1)$$

angenähert werden, wobei n die Windungszahl und R der Radius der Spule und I die Stromstärke ist. Diese Annäherung gilt exakt im Ursprung. Wie gut sie weiter außen ist illustriert Abbildung 3. Die Elektronen sollten ihre Bahnen am Besten nicht außerhalb des halben Radius beschreiben.

2.3 Elektronen im Magnetfeld - Bestimmung von e/m_e

Bewegt sich eine Elektron in einem Magnetfeld, so wird es durch die Lorentzkraft abgelenkt:

$$\vec{F}_L = e \cdot \vec{v} \times \vec{B} .$$

e ist hierbei wieder die Ladung des Elektrons, v seine Geschwindigkeit und B das Magnetfeld. Interessant ist hierbei vor allem, dass \vec{F}_L immer senkrecht zu \vec{v} steht, den Betrag von \vec{v} also nicht verändert.

Zur Bestimmung von e/m_e werden Elektronen durch eine Elektronenkanone in das Magnetfeld einer Helmholtzspule geschossen. Legt man das Koordinatensystem so, wie oben, dann werden die Elektronen auf der x-y-Ebene in das Magnetfeld gebracht, wodurch \vec{v} senkrecht auf \vec{B} steht und deshalb $|\vec{v} \times \vec{B}| = v \cdot B$ gilt. \vec{F}_L steht senkrecht zu \vec{v} und hält die Elektronen auf einer Kreisbahn. Um ein Elektron mit Masse m_e und Geschwindigkeit v auf einer Kreisbahn mit Radius r zu halten, braucht man eine Kraft von

$$F = m_e \frac{v^2}{r}$$

um der Zentripetalkraft entgegenzuwirken. Genau dies muss die Lorentzkraft leisten [es sind ja keine anderen Kräfte da], es gilt also

$$m_e \frac{v^2}{r} = F_L = evB \quad \Rightarrow \quad \frac{v}{r} = \frac{e}{m_e} B . \quad (2)$$

Wir kennen v : Die Austrittsgeschwindigkeit aus der Elektronenkanone, und wir kennen das Magnetfeld der Spule B in ausreichender Näherung. Somit können wir e/m_e berechnen:

$$\begin{aligned} \frac{e}{m_e} &= \frac{v}{Br} = \sqrt{\frac{2eU_B}{m_e}} \frac{\sqrt{125}}{8} \frac{R}{\mu_0 \mu_r n I} \frac{1}{r} \\ \Rightarrow \frac{e^2}{m_e^2} &= \frac{2eU_B}{m_e} \frac{125}{64} \frac{R^2}{(r\mu_0 \mu_r n I)^2} \\ \Rightarrow \frac{e}{m_e} &= \frac{125}{32} \frac{U_B R^2}{(r\mu_0 \mu_r n I)^2} . \end{aligned} \quad (3)$$

2.4 Elektronen im elektrischen Feld - Das Oszilloskop

Befindet sich ein Elektron in einem elektrischen Feld \vec{E} [z.B. zwischen den Platten eines Kondensators], dann wirkt auf es die Kraft

$$F_E = e \cdot \vec{E} .$$

Diese Tatsache macht man sich im Oszilloskop zu nutze.

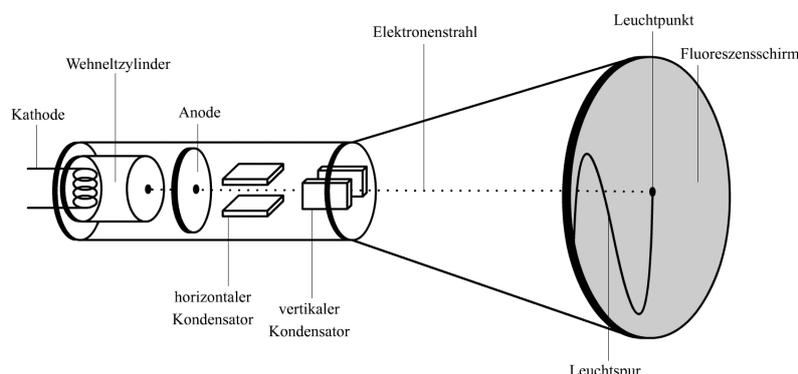


Abbildung 4: Schematischer Aufbau eines Oszilloskops.

Die Abbildung zeigt schematisch den Aufbau eines Oszilloskops. Eine Elektronenkanone schießt Elektronen zwischen den Platten von zwei Kondensatoren auf einen Fluoreszenzschirm, welcher dadurch zum Leuchten gebracht wird. Die Kondensatoren sind senkrecht zueinander angebracht. Legt man an ihnen eine Spannung an, so beschleunigen sie die Elektronen zur Seite und der Punkt auf dem Fluoreszenzschirm wird vertikal bzw. horizontal verschoben. Auf diese Weise kann man die Abhängigkeit einer Spannung von einer anderen darstellen.

Benutzt man für den vertikalen Kondensator eine Sägezahnspannung, so ist die vertikale Ablenkung periodisch linear zur Zeit. Dadurch kann die Zeitabhängigkeit, einer am horizontalen Kondensator angelegten Spannung, dargestellt werden. Ist die angelegte Spannung periodisch, so kann man durch Variation der vertikalen Ablenkung ein stehendes Bild erzeugen. Das bedeutet, dass der Elektronenstrahl bei jedem vertikalen Durchgang den gleichen Weg beschreibt.

3 Versuchsdurchführung

Es wird für konstante Spulenströme zu verschiedenen Spannungen U_B in der Elektronenkanone und für konstante Spannung zu verschiedenen Spulenströmen jeweils der Durchmesser des Elektronenstrahl-Kreises gemessen. Es sollten mindestens 25 Wertepaare aufgenommen werden.

4 Auswertung

Nach Gleichung (3) können wir nun e/m_e mit den von uns gemessenen Werten berechnen. Der Fehler σ_{e/m_e} ergibt sich durch das Gesetz der Fehlerfortpflanzung zu

$$\sigma_{e/m_e} = \sqrt{\sigma_{U_B}^2 \left(\frac{\partial e/m_e}{\partial U} \right)^2 + \sigma_I^2 \left(\frac{\partial e/m_e}{\partial I} \right)^2 + \sigma_r^2 \left(\frac{\partial e/m_e}{\partial r} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\sigma_{U_B}^2 \left(\frac{a}{r^2 I^2}\right)^2 + \sigma_I^2 \left(\frac{2Ua}{r^2 I^3}\right)^2 + \sigma_r^2 \left(\frac{2Ua}{r^3 I^2}\right)^2}$$

mit $a = 125R^2/(32\mu_0^2 n^2)$.

Bei der Spannungsmessung kam ein „METRAMax 12“ Multimeter zum Einsatz. Dieses hat einen systematischen Fehler von $\pm 0,5\%$ vom Maximalausschlag¹. Der Messbereich lag bei 400 V , somit ergibt sich eine Abweichung von $\pm 2\text{ V}$. Hinzu kommt noch unser Ablesefehler von $0,4\text{ V}$, somit ergibt sich $\sigma_{U_B} = 2,4\text{ V}$. Bei der Strommessung verwendeten wir ein „M2012“ Multimeter, welches einen Messfehler von $\pm 1\%$ des Maximalausschlages hat². Der Messbereich lag bei 2 A . Der Ablesefehler lag bei $\pm 0,004\text{ A}$, somit ergibt sich $\sigma_I = 0,024\text{ A}$. Wir schätzten $\sigma_r = 1\text{ mm}$. Folgende Tabellen zeigen unsere Messwerte und Ergebnisse.

Konstante Spannung

Bei einer konstanten Spannung von $U_B = 140,2\text{ V}$ erhielten wir folgende Werte:

I [A]	r [mm]	e/m_e [C/kg]	σ_{e/m_e} [C/kg]
0,801	35,15	$1,63 \cdot 10^{11}$	$0,14 \cdot 10^{11}$
0,758	37	$1,64 \cdot 10^{11}$	$0,14 \cdot 10^{11}$
0,72	39	$1,64 \cdot 10^{11}$	$0,15 \cdot 10^{11}$
0,681	41,2	$1,64 \cdot 10^{11}$	$0,15 \cdot 10^{11}$
0,64	43,5	$1,66 \cdot 10^{11}$	$0,15 \cdot 10^{11}$
0,6	46,65	$1,65 \cdot 10^{11}$	$0,16 \cdot 10^{11}$
0,56	50,25	$1,63 \cdot 10^{11}$	$0,16 \cdot 10^{11}$
0,52	54,25	$1,62 \cdot 10^{11}$	$0,17 \cdot 10^{11}$

Bei einer konstanten Spannung von $U_B = 170\text{ V}$ erhielten wir folgende Werte:

¹ Nach <http://www.praktikum.physik.uni-goettingen.de/Anleitung/multimeter%20metramax12%20ba.d.pdf>, aufgerufen am 25.09.05

² Nach P. Schaaf (2005): „Das Physikalische Praktikum“. Universitätsdrucke Göttingen.

$I [A]$	$r [mm]$	$e/m_e [C/kg]$	$\sigma_{e/m_e} [C/kg]$
0,9	34,25	$1,65 \cdot 10^{11}$	$0,14 \cdot 10^{11}$
0,849	36	$1,68 \cdot 10^{11}$	$0,14 \cdot 10^{11}$
0,799	38,2	$1,68 \cdot 10^{11}$	$0,14 \cdot 10^{11}$
0,751	40,65	$1,68 \cdot 10^{11}$	$0,14 \cdot 10^{11}$
0,701	43,6	$1,68 \cdot 10^{11}$	$0,15 \cdot 10^{11}$
0,648	47,25	$1,67 \cdot 10^{11}$	$0,15 \cdot 10^{11}$
0,598	51,75	$1,63 \cdot 10^{11}$	$0,15 \cdot 10^{11}$
0,552	56,15	$1,63 \cdot 10^{11}$	$0,16 \cdot 10^{11}$

Konstanter Strom

Bei einem konstanten Strom von $I = 0,7 A$ erhielten wir folgende Werte:

$U [V]$	$r [mm]$	$e/m_e [C/kg]$	$\sigma_{e/m_e} [C/kg]$
246,8	53,35	$1,63 \cdot 10^{11}$	$0,13 \cdot 10^{11}$
120,3	36,85	$1,67 \cdot 10^{11}$	$0,15 \cdot 10^{11}$
141	39,75	$1,68 \cdot 10^{11}$	$0,15 \cdot 10^{11}$
163	43	$1,66 \cdot 10^{11}$	$0,14 \cdot 10^{11}$
181,2	45,25	$1,66 \cdot 10^{11}$	$0,14 \cdot 10^{11}$
201,2	47,8	$1,65 \cdot 10^{11}$	$0,14 \cdot 10^{11}$
220,2	50,25	$1,64 \cdot 10^{11}$	$0,14 \cdot 10^{11}$

Bei einem konstanten Strom von $I = 0,62 A$ erhielten wir folgende Werte:

U [V]	r [mm]	e/m_e [C/kg]	σ_{e/m_e} [C/kg]
113,4	40,75	$1,64 \cdot 10^{11}$	$0,16 \cdot 10^{11}$
130	43,15	$1,67 \cdot 10^{11}$	$0,16 \cdot 10^{11}$
145,3	45,75	$1,66 \cdot 10^{11}$	$0,16 \cdot 10^{11}$
160,1	48,25	$1,65 \cdot 10^{11}$	$0,15 \cdot 10^{11}$
175,4	50,75	$1,63 \cdot 10^{11}$	$0,15 \cdot 10^{11}$
191,2	53,25	$1,62 \cdot 10^{11}$	$0,15 \cdot 10^{11}$
205,3	54,75	$1,64 \cdot 10^{11}$	$0,15 \cdot 10^{11}$

Der Literaturwert³ liegt bei $1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$. Somit liegen fast alle Fehler der Einzelmessungen im erwünschten Bereich. Eine Berechnung des gewichteten Mittelwertes würde hier unsinnig sein, da die Messwerte alle einen erheblichen systematischen Fehler aufweisen.

4.1 Berechnung der Flussdichte

Nimmt man ein Wertepaar von U_B und r , kann man bei gegebenem $e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ die Flussdichte B am Ort der Elektronenkreisbahn ausrechnen. Dazu stellt man Gleichung (2) nach B um, setzt v ein und erhält für $U = 140,2 \text{ V}$ und $r = 0,0035 \text{ m}$ die Flussdichte

$$B = \frac{v}{r} \frac{m_e}{e} = \sqrt{\frac{2eU_B}{m_e}} \frac{m_e}{er} = 1,14 \text{ mT} .$$

Nimmt man dagegen Gleichung (1), die die theoretische Flussdichte im Mittelpunkt der Helmholtzspulen beschreibt, so erhält man mit $n = 200$ und $R = 0,122 \text{ m}$ für $I = 0,801 \text{ A}$ die Flussdichte

$$B = \frac{8}{\sqrt{125}} \mu_0 \mu_r \frac{nI}{R} = 1,18 \text{ mT} .$$

Man erkennt, dass die Flussdichte schon bei einem Radius von 35 mm kleiner wird.

³ Nach D.Meschede (2002): „Gerthsen Physik“, 21. Auflage, Springer-Verlag Berlin.

5 Fehlerdiskussion

5.1 Streuung der Ergebnisse in Abhängigkeit vom Radius

Um systematische Fehler erkennen zu können, tragen wir nun nocheinmal alle Ergebnisse für e/m_e in Abhängigkeit vom gemessenen Radius der Elektronenkreisbahn auf.

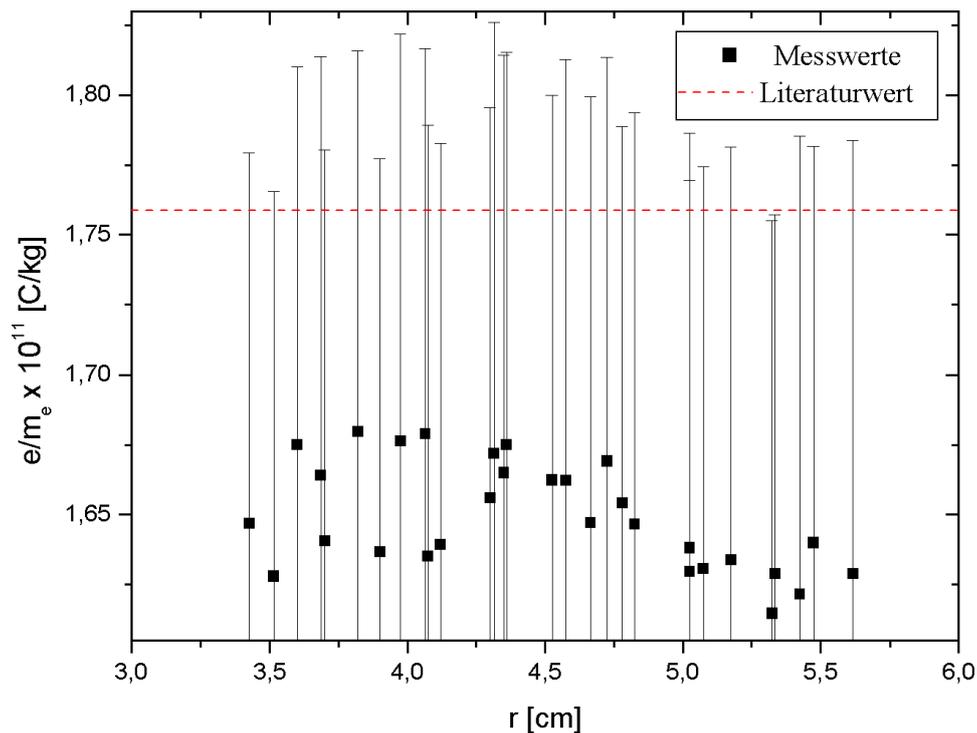


Abbildung 5: Streuung der Ergebnisse in Abhängigkeit vom Radius.

Man erkennt, dass die Messwerte mit zunehmendem Radius stärker vom Literaturwert abweichen. Dieses Ergebnis ist unlogisch, da für die Flussdichte in der Helmholtzspule $B < 1 T$ gilt. Wenn man Gleichung (2) jedoch nach e/m_e umstellt, steht B im Nenner. Somit müsste e/m_e bei größeren Radien ebenfalls größer werden.

6 Unsere persönlichen Meinungen

[Der Versuch war megast kurz und die Auswertung war so wie ich mir das vorstelle.]_{Daniel}

[Der Versuch war wirklich sehr kurz, auch wenn wir anfangs ein paar Probleme mit der Heizung hatten. Auch die Auswertung war ein Traum.]_{Hauke}

7 Anhang

7.1 Abbildung 5 - Streuung der Ergebnisse in Abhängigkeit vom Radius

