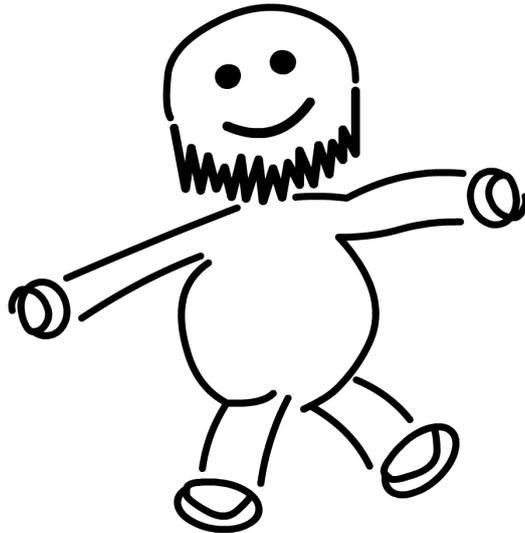


Physikalisches Praktikum für das Hauptfach Physik

Versuch 22

# Das Mikroskop

Wintersemester 2005 / 2006



Name:	Daniel Scholz
Mitarbeiter:	Hauke Rohmeyer
E-Mail:	physik@mehr-davon.de
Gruppe:	B9
Assistent:	André Holz
Durchgeführt am:	9. Februar 2006
Protokoll abgeben:	10. Februar 2006
Protokoll verbessert:	–

Testiert: \_\_\_\_\_

## 1 Einleitung

Das Mikroskop wurde erstmals im Jahr 1673 von Anton van Leuvenhook gebaut und ist neben dem Fernrohr eines der grundlegendsten Instrumente der geometrischen Optik, welche in diesem Versuch studiert werden soll.

Es werden die Parameter untersucht und variiert, die die Vergrößerung eines Mikroskops beeinflussen. Außerdem werden das Auflösungsvermögen und die numerische Apertur eines Mikroskops behandelt.

## 2 Theorie

### 2.1 Brechung

Treten Wellen von einem Medium nicht lotrecht zur Begrenzungsfläche in ein anderes Medium über, in welchem eine andere Ausbreitungsgeschwindigkeit vorliegt, tritt Brechung ein. Beim Übertritt in ein *optisch dichteres* Medium, also in ein Medium, in dem die Ausbreitungsgeschwindigkeit geringer ist, erfolgt Brechung zum Lot hin, andernfalls vom Lot weg.

Der *Brechungsindex*  $n$  ist das Verhältnis von der Lichtgeschwindigkeit  $c$  im Medium und der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0$ , also

$$n = \frac{c_0}{c}.$$

Für zwei Medien mit den Brechungsindizes  $n_1$  und  $n_2$  und den Lichtgeschwindigkeiten  $c_1$  und  $c_2$  im Medium gilt für die in Abbildung 1 gegebenen Winkel<sup>1</sup>

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

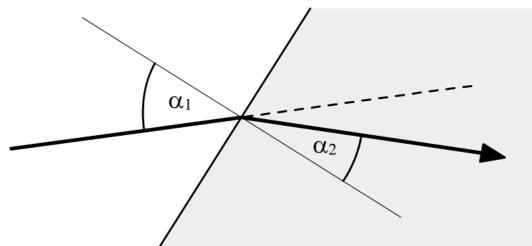


Abbildung 1: Strahlengang an der Grenzfläche zweier Medien mit unterschiedlichen Brechindizes.

<sup>1</sup> Zum Beweis siehe zum Beispiel Versuch 25: Fresnelsche Formeln und Polarisation.

## 2.2 Linsen

Linsen sind optische Geräte mit einer kugelförmigen Oberfläche, bei welchen der Effekt der Brechung genutzt wird. Das Material der Linsen hat dabei eine größere optische Dichte als die sie umgebende Luft. Desweiteren wird auch die Tatsache verwendet, dass eine Kugel überall die gleiche Krümmung hat. Man unterscheidet zwischen zwei Arten von Linsen: Den **Sammellinsen** oder **konvexen** Linsen und den **Streulinsen** oder **konkaven** Linsen.

Eine Sammellinse vereinigt achsparallele Strahlen in einem Punkt, welcher als **Brennpunkt** der Linse definiert wird. Der Abstand  $f$  des Brennpunktes  $F$  von der Linsenebene heißt **Brennweite** der Linse, der Kehrwert

$$D = \frac{1}{f}$$

wird **Brechkraft** genannt.

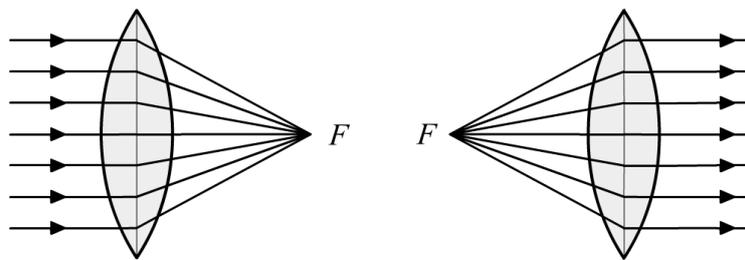


Abbildung 2: Strahlengang in einer Sammellinse.

Auch bei Konkavlinen kann man einen Brennpunkt definieren: Strahlen, welche auf den Brennpunkt zulaufen, werden so gebrochen, dass sie achsparallel werden.

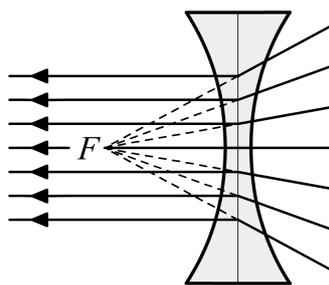


Abbildung 3: Strahlengang in einer Streulinse.

## 2.3 Virtuelle Bilder

Linsen erzeugen virtuelle Bilder.

Steht bei einer Sammellinse der zu betrachtende Gegenstand innerhalb der Brennweite der Linse, so entsteht ein aufrechtes vergrößertes virtuelles Bild,

dass sich weiter als  $f$  hinter der Linse befindet. Die Linse bildet eine **Lupe**. Das Bild steht im Unendlichen hinter der Lupe, wenn der Gegenstand in der Brennebene liegt. Dann ist die Vergrößerung der Lupe  $V = s_0/f$ , dabei ist  $s_0$  die **Bezugssehweite**  $s_0 = 25 \text{ cm}$ , in der wir gerade noch angenehm scharf sehen können. Zieht man das Bild ins Endliche, indem man den Gegenstand ein wenig näher zur Linse bewegt, wächst die Vergrößerung nochmals, bis das Bild die Bezugssehweite erreicht. Die maximale Vergrößerung der Lupe ist damit

$$V = \frac{s_0}{f} + 1.$$

Steht der Gegenstand außerhalb der Brennweite, produziert eine Konvexlinse ein reelles spiegelverkehrtes kopfstehendes Bild.

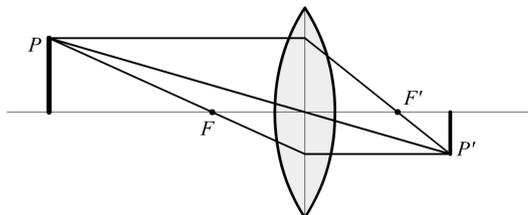


Abbildung 4: Virtuelles Bild einer Sammellinse.

Steht der Gegenstand innerhalb der doppelten Brennweite, so befindet sich sein vergrößertes Bild außerhalb der doppelten Brennweite. Steht der Gegenstand außerhalb der doppelten Brennweite, ist das Bild verkleinert und liegt zwischen  $f$  und  $2f$  von der Linse entfernt.

Streulinzen produzieren verkleinerte virtuelle Bilder. Die von einem Gegenstand ausgehenden Lichtstrahlen scheinen von einem verkleinerten virtuellen aufrechtstehenden Gegenstand hinter der Linse zu stammen.

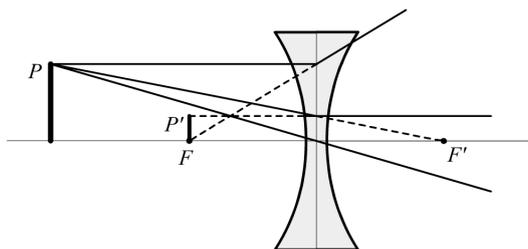


Abbildung 5: Virtuelles Bild einer Streulinse.

## 2.4 Das Mikroskop

Bei einem Mikroskop erzeugt eine Linse ein reelles Zwischenbild, welches dann durch eine Lupe betrachtet wird. Der Aufbau eines Mikroskops ist Abbildung 6 zu entnehmen.

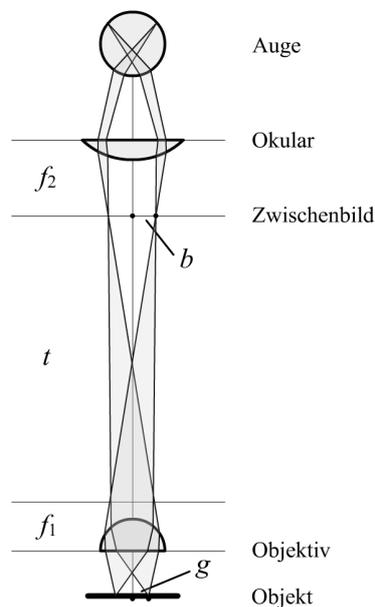


Abbildung 6: Aufbau eines Mikroskops.

Die Vergrößerung des Mikroskops setzt sich als Produkt aus den Vergrößerungen von **Okular** und **Objektiv** zusammen. Die Okularvergrößerung ist die einer Lupe, also

$$V_{Ok} = \frac{s_0}{f_{Ok}},$$

dabei ist  $f_{Ok}$  die Brennweite der Okularlinse und  $s_0$  wieder die Bezugssehweite. Für das Objektiv und dessen Brennweite gilt

$$V_{Ob} = \frac{b}{g},$$

wobei  $b$  die **Bezugsweite** und  $g$  die **Gegenstandsweite** ist. Die Längen dieser Strecken sind auch Abbildung 6 zu entnehmen. Da der Gegenstand aber fast in der Brennebene des Objektivs liegt, ist das Zwischenbild fast ganz am Ende des **Tubus** zu finden, also

$$g \approx f_{Ob} \quad \text{und} \quad b \approx t,$$

womit wir

$$V_{Ob} \approx \frac{t}{f_{Ob}}$$

erhalten. Genaugenommen ist  $t$  dabei nicht die Länge des Tubus, sondern die um die Brennweite des Okulars reduzierte Tubuslänge, die sogenannte **optische Tubuslänge**. Damit wird die Mikroskopvergrößerung hinreichend gut durch

$$V = - \frac{t \cdot s_0}{f_{Ok} \cdot f_{Ob}}$$

beschrieben. Das Minuszeichen verdeutlicht, dass das Bild kopfstehend und spiegelverkehrt ist.

Das Mikroskop ähnelt damit dem Aufbau des Fernrohres. Dieses unterscheidet sich im Wesentlichen darin, dass die Brennweiten beider Linsen in einem Punkt zusammenfallen und einfallendes Licht von entfernten Objekten stammt, also annähernd parallel auftrifft.

## 2.5 Auflösungsvermögen und numerische Apertur

Das **Auflösungsvermögen** ist der kleinste Abstand zweier Punkte eines Objektes, die noch getrennt dargestellt werden können. Tritt Licht durch ein Gitter, so entstehen Beugungsmuster durch Interferenz [siehe Versuch 23: Das Prismen- und Gitterspektrometer]. Das Auflösungsvermögen wird auch über die **Rayleighsche Grenzlage** definiert: Zwei Objekte lassen sich unterscheiden, falls das nullte Beugungsmaximum der Wellenlänge des einen im ersten Beugungsminimum der des zweiten liegt.

Für eine naturgetreue Abbildung muss mindestens das nullte und erste Minimum per Objektiv beobachtbar sein. Dieses erste Minimum schließt ein Lichtbündel mit dem Öffnungswinkel  $\varphi$  ein, für das

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{g}$$

gilt, dabei ist  $\lambda$  die Wellenlänge und  $g$  der Linsenabstand. Das Auflösungsvermögen  $A$  ist damit der Kehrwert des minimalen Linsenabstandes  $g$ , also

$$A = \frac{1}{g} = \frac{\sin \varphi}{\lambda}.$$

Desweiteren hängt das Auflösungsvermögen von der Größe der **numerischen Apertur**  $N$  ab, die sich aus dem Brechungsindex  $n$  des Mediums und dem Winkel  $\alpha$  zwischen dem äußeren Rand eines Lichtbündels und der optischen Achse ergibt:

$$N = n \cdot \sin \alpha.$$

Je größer die numerischen Apertur wird, desto geringer wird das Auflösungsvermögen des Aufbaus, da das Lichtbündel immer schmaler wird. Um diesen Verlust gering zu halten, werden große Differenzen der Brechungsindizes vermieden, indem etwa anstatt Luft eine **Immersionsflüssigkeit** wie zum Beispiel Zedernöl mit dem Brechungsindex  $n = 1.5$  die Zwischenräume ausfüllt [siehe Abbildung 7].

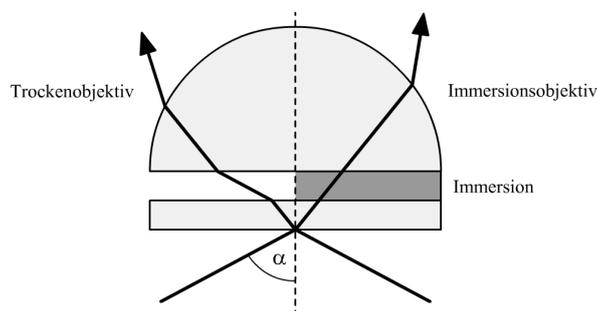


Abbildung 7: Strahlengang beim Trocken- und beim Immersionsobjektiv.

Die Immersion erlaubt größere Wellenlängen  $\lambda$ , das Auflösungsvermögen  $A$  hängt damit auch von der Wellenlänge ab: Mit abnehmender Wellenlänge steigt  $A$  an, es gilt

$$A = \frac{N}{\lambda} = \frac{n \cdot \sin \alpha}{\lambda}.$$

### 3 Versuchsdurchführung

Der Versuch gliedert sich in zwei Teile.

#### 3.1 Versuchsteil 1

- (1) Es soll die Gesamtvergrößerung  $V$  eines Mikroskops zu zwei unterschiedlichen Objektiven bestimmt werden. Als Objekt dient dazu das Objektmikrometer, welches am Objektisch eingespannt wird. Mittels eines Vergleichsmaßstabes wird die Vergrößerung bestimmt, drei Messungen für jedes Okular. Dabei wird mit einem Auge durch das Mikroskop geschaut, das andere Auge blickt auf den Vergleichsmaßstab. Die beiden Bilder werden so zur Deckung gebracht, und das Verhältnis der Skalenteile bestimmt. Die jeweiligen Einheiten sollten notiert werden.
- (2) Man entferne den Tubus samt Okular und ersetze ihn durch den Tubus mit verschiebbarer Mattscheibe. Durch Verschieben der Mattscheibe wird das Zwischenbild des Objektivs scharf gestellt. Man vermesse mit dem Meßschieber das Objektivbild zur zugehörigen Objektiv-Okular-Kombination.
- (3) Die verschiebbare Mattscheibe wird aus dem Tubus entfernt. Man vermesse nun die Objektivvergrößerung durch Messung der Zwischenbilder für beide Tubusse, nämlich durch das Auflegen der rechteckigen Mattscheibe auf den oberen Tubusrand und durch Auflegen der Mattscheibe auf dem unteren Rand bei abgenommenem Tubus. Die Länge der Tubusse wird gemessen und notiert.

- (4) Man eiche das Okularmikrometer an dem Objektmikromter. Man nehme ein Haar, lege es zwischen zwei Objektträger und vermesse die Dicke des Haares. Drei Messungen aufnehmen.

### 3.2 Versuchsteil 2

- (1) Zunächst besteht der Versuchsaufbau nur aus einer Lichtquelle, dem Rotfilter, dem Glasmaßstab und einem Okular. Das Mikroskop wird auf den Glasmaßstab scharf eingestellt. Dann wird die Aperturblende [Spalt direkt vor dem Objektiv] so weit geschlossen, dass die Maßstabeinteilung gerade nicht mehr aufgelöst wird. Hierzu wird an der Rändelschraube gedreht, nachdem die Blende an dem kleinen Hebel weitgehend verschlossen wurde. Zur Bestimmung der Apertur dieser Anordnung wird zunächst der Abstand von Aperturblende und Gegenstand durch Verschieben des Spaltes bis zu dessen Scharfstellung bestimmt und anschließend wird die Spaltbreite mit dem Mikrometertrieb des Mikroskops ausgemessen. Es ist stets rotes Licht zu verwenden, dazu dient der Rotfilter vor der Lichtquelle.
- (2) Der Glasmaßstab und die Aperturblende werden aus dem Strahlengang entfernt, der Plexiglasmaßstab wird eingefügt. Das Mikroskop wird auf die polierte ebene Vorderseite des Plexiglasstabes scharf eingestellt. Dann wird das Okular durch eine Lochblende ersetzt, die ganz eingesteckt, in der Ebene des Zwischenbildes liegt. Durch die Lochblende wird die auf der Rückseite des Plexiglasstabes eingeritzte Skala beobachtet und so der Bündeldurchmesser in der Skalaebene bestimmt [die sichtbaren Skalenteile werden abgezählt]. Zum Schluss wird noch die Länge des Plexiglasstabes gemessen.

## 4 Auswertung

### 4.1 Versuchsteil 1

Der Strahlengang in diesem Versuchsteil wird in Abbildung 8 gezeigt und ist damit dem Strahlengang eines üblichen Mikroskops, wie schon in Abbildung 6 vorgestellt, sehr ähnlich.

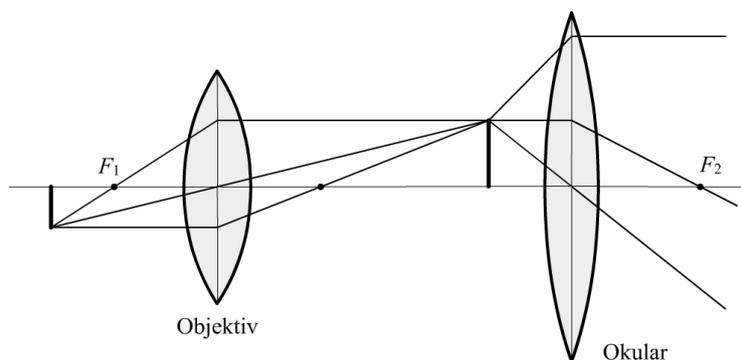


Abbildung 8: Strahlengang zum Versuchsteil 1.

### Gesamt- und Okularvergrößerung

Wir unterscheiden die beiden verwendeten Okulare stets mit  $A$  und  $B$ . Die Gesamtvergrößerung des Mikroskops ergibt sich aus dem Verhältnis von der Abgeschätzten Längen aus Messung **(1)**. Wir erzielten dabei die folgenden Mittelwerte:

$$V_A = 79.04 \pm 5 \quad \text{und} \quad V_B = 100.3 \pm 5.$$

Die Objektivvergrößerung  $V_{Obj}$  kann nun durch Messung **(2)** bestimmt werden. Sie hängt natürlich nicht vom Okular ab, da wir das Zwischenbild jedoch zu beiden Okularen bestimmt haben, unterscheiden wir auch hier zwischen  $A$  und  $B$ :

$$V_{ObjA} = 10.2 \pm 0.5 \quad \text{und} \quad V_{ObjB} = 9.2 \pm 0.5.$$

Die Okularvergrößerung  $V_{Ok}$  ergibt sich nun aus  $V/V_{Obj}$  mit dem Fehler

$$\sigma_{V_{Ok}} = \sqrt{\left(\frac{1}{V_{Obj}\sigma_V}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_{Obj}^2\sigma_{V_{Obj}}}\right)^2}.$$

Wir erhalten damit die folgenden Ergebnisse:

$$V_{OkA} = 7.77 \pm 0.62 \quad \text{und} \quad V_{OkB} = 10.26 \pm 0.73.$$

### Brennweite des Objektivs

Die Vergrößerung des Objektivs ist

$$V = \frac{b}{g},$$

wobei  $b$  die Bezugsweite und  $g$  die Gegenstandsweite beschreibt. Näherungsweise gilt für die Brennweite  $f$  für dünne Linsen gerade

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}.$$

Es sei  $V_{unten}$  die Objektivvergrößerung ohne Tubus und  $V_{oben}$  die Objektivvergrößerung mit Tubus, also

$$V_{unten} = \frac{b}{g} \quad \text{und} \quad V_{oben} = \frac{b+t}{g},$$

dabei ist  $t$  die Tubuslänge. Zusammen gilt für die Brennweite demnach

$$f = \frac{t}{V_{oben} - V_{unten}}$$

mit dem Fehler

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{t \cdot \sigma_{V_{oben}}}{(V_{oben} - V_{unten})^2}\right)^2 + \left(\frac{t \cdot \sigma_{V_{unten}}}{(V_{oben} - V_{unten})^2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{V_{oben} - V_{unten}}\right)^2}.$$

Da wir zwei unterschiedliche Tubusse verwendet haben und somit unterschiedliche Werte für  $V_{oben}$  und für  $t$  erhalten, unterscheiden wir dies durch die Indizes  $C$  und  $D$ . Unsere Messwerte ergaben

$$\begin{aligned} V_{unten} &= 7.2 \pm 0.5, \\ V_{oben_C} &= 9.1 \pm 0.5, \\ V_{oben_D} &= 10.4 \pm 0.5, \\ t_C &= 91.4 \pm 2 \text{ mm}, \\ t_D &= 120.7 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Damit erhalten wir

$$f_C = (46.5 \pm 16.7) \text{ mm} \quad \text{ sowie } \quad f_D = (37.7 \pm 8.4) \text{ mm}$$

und als gewichteten Mittelwert

$$f = (39.5 \pm 7.5) \text{ mm}$$

für die Brennweite des Objektivs.

### Dicke unserer Haare

Aus der Eichung des Okularmikrometers ergibt sich der Faktor

$$p = \frac{0.81 \text{ mm}}{5 \text{ Skt}} = 0.162 \frac{\text{mm}}{\text{Skt}}$$

und damit haben wir folgende Dicken unserer Haare gemessen:

$$\begin{aligned} d_{Daniel} &= p \cdot 0.67 \text{ Skt} = 0.11 \text{ mm}, \\ d_{Hauke} &= p \cdot 0.27 \text{ Skt} = 0.043 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Hauke hat also sehr dünne Haare und die Dicke Daniels Haar entspricht den üblichen Angaben<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Nach Wikipedia: <http://de.wikipedia.org/wiki/Haar>. Aufgerufen am 9. Februar 2006.

## 4.2 Versuchsteil 2

### Theoretisches und gemessenes Auflösungsvermögen

In diesem Versuchsteil haben wir zunächst eine Aufbau mit einem Strahlengang verwendet, wie er in Abbildung 9 skizziert wurde.

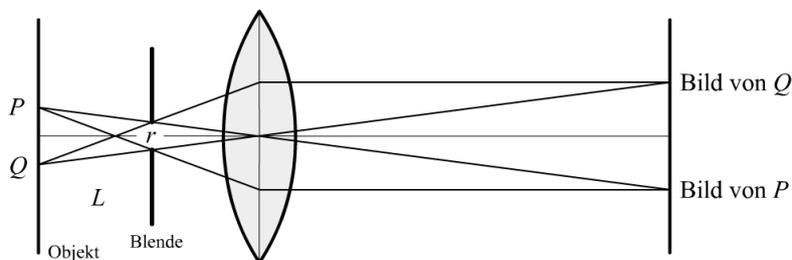


Abbildung 9: Strahlengang zum Versuchsteil 2.1.

Die Spaltbreite  $r$  der Blende haben wir mit

$$r = (0.03 \pm 0.02) \text{ mm}$$

vermessen. Den Abstand von Blende und Gegenstand haben wir mit

$$L = (32.0 \pm 3.0) \text{ mm}$$

aufgenommen. Für den verwendeten Öffnungswinkel  $\varphi$  gilt somit

$$\sin \varphi = \frac{r}{L} = 0.0009375.$$

Da wir rotes Licht und damit eine Wellenlänge von  $\lambda = 650 \text{ nm}$  verwendeten und da der Brechungsindex von Luft ungefähr 1 ist, erhalten wir ein Auflösungsvermögen von

$$A = \frac{\sin \varphi}{\lambda} = \frac{r}{L \cdot \lambda} = (1.44 \pm 0.95) \text{ mm}^{-1},$$

dabei berechnet sich der Fehler aus

$$\sigma_A = \sqrt{\left(\frac{\sigma_r}{L \cdot \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L \cdot r}{L^2 \cdot \lambda}\right)^2}.$$

Da die Skala auf dem Glasmaßstab  $0.5 \text{ mm}$  beträgt<sup>3</sup>, liegt das theoretische Auflösungsvermögen bei

$$A = \frac{1}{0.5 \text{ mm}} = 2 \text{ mm}^{-1}.$$

Damit haben wir keinen besonders guten Wert erzielt, aber immerhin liegt der wahre Wert im Fehlerbalken des gemessenen Auflösungsvermögens.

<sup>3</sup> Nach Praktikumsript: Peter Schaaf (2005): "Das Physikalische Praktikum". Universitätsdrucke Göttingen, Seite 167.

## Apertur und Auflösungsvermögen

Wir wandelten den Versuchsaufbau leicht ab, um einen Strahlengang, wie er in Abbildung 10 gezeigt wird, zu erhalten.

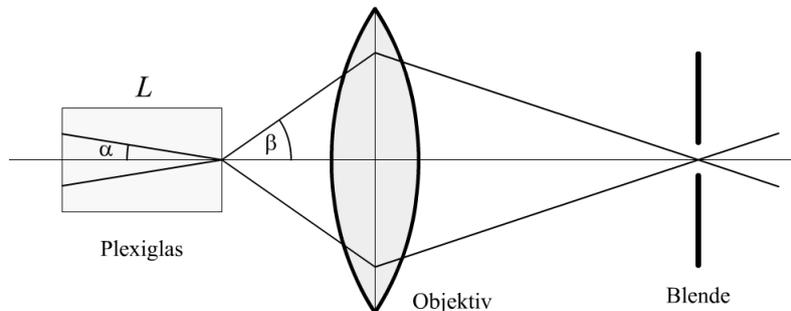


Abbildung 10: Strahlengang zum Versuchsteil 2.2.

In der Messung haben wir 12 Striche sehen können, was nach Praktikums-kript genau  $d = 6 \text{ mm}$  entsprechen. Die Stablänge des Plexiglastabes betrug<sup>4</sup>  $L = 50 \text{ mm}$  und der Brechindex von Plexiglas beträgt  $n \approx 1.49$ . Da jeweils nur die Bündelhälfte in Richtung von der Mittelachse weggeht, erhalten wir eine Apertur von

$$N = n \cdot \sin \varphi = n \cdot \frac{d/2}{\sqrt{L^2 + d^2/4}} = 0.089$$

und damit bei einer Wellenlänge von  $\lambda = 650 \text{ nm}$  das Auflösungsvermögen

$$A = \frac{N}{\lambda} = 137.2 \text{ mm}^{-1}.$$

## 5 Diskussion

### 5.1 Versuchsteil 1

Gerade die groben Schätzungen mit dem Auge zu Beginn von Versuchsteil 1 ergeben eine große Fehlerquelle. Umso erstaunlicher sind die doch sehr guten Ergebnisse. Die angegebene Okularvergrößerung betragen

$$V_{Ok_A} = 8 \quad \text{und} \quad V_{Ok_B} = 10.$$

<sup>4</sup> Diesen Wert haben wir leider nicht selber gemessen, da nirgends in der Versuchsdurchführung notiert wurde, dass wir den Wert in der Auswertung benötigen. Wir haben ihn daher aus Vorgängerprotokollen übernommen. Der Versuchsaufbau bei unseren Vorgängern war definitiv der gleiche.

Damit haben wir mit

$$V_{Ok_A} = 7.77 \pm 0.62 \quad \text{und} \quad V_{Ok_B} = 10.26 \pm 0.73$$

erstaunlich gute Werte berechnet, und das, obwohl wir total lustlos an den Versuch rangegangen sind. Sowohl die Brennweite als auch die bestimmten Haardicken liegen im zu erwartenden Bereich.

## 5.2 Versuchsteil 2

In diesem Versuchsteil haben kleine Abweichungen bei der Spaltbreite der Blende zu großen Abweichungen geführt. Dummerweise war gerade dieser Wert auch schwer zu ermitteln und somit birgt dieser eine besondere Fehlerquelle. Trotzdem erzielten wir den Umständen entsprechenden gute Werte.

Weiter haben wir gesehen, dass das Auflösungsvermögen für Plexiglas bedeutend größer ist.

### Eigene Kommentare

[Man hatte ich schlechte Laune während des Versuchs, hat ja mal auch Null Spaß gemacht. Wieder einmal dran gezweifelt, ob ich wirklich Physiklehrer werden will :). Auswertung war dafür angenehmer als erwartet, Beschreibungen im Skript aber total fürn Arsch.]<sub>Daniel</sub>

[Und wieder einmal versagt das Praktikumsskript auf ganzer Linie.]<sub>Hauke</sub>