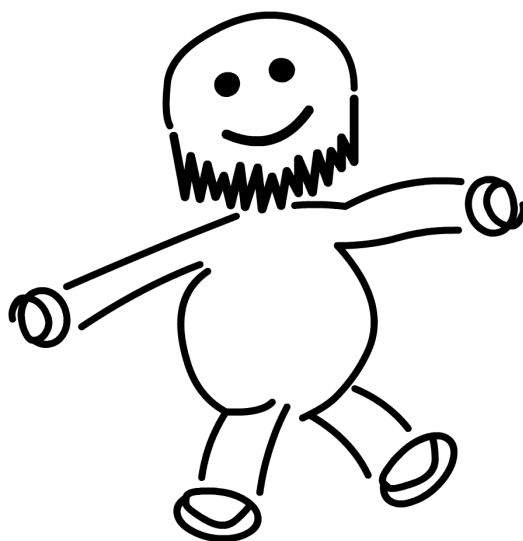


Physikalisches Praktikum für das Hauptfach Physik

Versuch 29

# Radioaktivität

Wintersemester 2005 / 2006



Name:	Daniel Scholz
Mitarbeiter:	Hauke Rohmeyer
E-Mail:	physik@mehr-davon.de
Gruppe:	B9
Assistent:	André Holz
Durchgeführt am:	6. Februar 2006
Protokoll abgeben:	8. Februar 2006
Protokoll verbessert:	—

Testiert: \_\_\_\_\_

## 1 Einleitung

Radioaktivität spielt in vielen Bereichen eine Rolle. Sie kann im medizinischen Bereich eingesetzt oder zur Energiegewinnung genutzt werden – und leider auch zum Waffenbau. Auch die friedliche Nutzung radioaktiver Zerfälle birgt neben einem Entsorgungsproblem Risiken: Das Stichwort Tschernobyl sollte genügen.

## 2 Theorie

### 2.1 Kräfte im Atomkern

In einem Atomkern wirken verschiedene Kräfte:

Zwischen Protonen und Neutronen wirkt die *Gravitationskraft*, die allerdings aufgrund der extrem geringen Masse der Nukleonen zu vernachlässigen ist. Zwischen den Protonen wirkt eine *elektromagnetische Kraft*: Diese sind positiv geladen und stoßen sich gegenseitig ab. Dass es trotzdem stabile Kerne gibt, liegt an sehr kurzreichweitigen Kräften, den unter “Kernkraft“ zusammengefassten Kräften *schwache und starke Wechselwirkung*. Die schwache Wechselwirkung vermittelt Umwandlungen und Austausch von Energie und Impuls zwischen Quarks und Leptonen. Sie ist zum Beispiel für den  $\beta$ -Zerfall verantwortlich. Die starke Wechselwirkung wirkt zwischen Quarks und aus Quarks aufgebauten Teilchen. Sie ist im Wesentlichen für den Zusammenhalt von Nukleonen verantwortlich.

### 2.2 Isotope

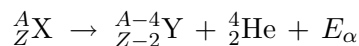
Chemische Elemente unterscheiden sich durch die Anzahl von Protonen im Atomkern. Die Anzahl an Neutronen kann jedoch variieren, ohne dass sich die chemischen Eigenschaften des Elements ändern. Diese unterschiedlichen Ausprägungen eines Elementes nennt man *Isotope*. Es gibt zum Beispiel die Wasserstoff-Isotope  ${}^1_1\text{H}$ ,  ${}^2_1\text{H}$  und  ${}^3_1\text{H}$ , die jeweils ein Proton und kein, ein oder zwei Neutronen im Kern besitzen. Statt dem Begriff des Isotops kann auch *Nuklid* verwendet werden, wenn nicht die Eigenschaften des chemischen Elements, sondern die des Atomkerns betrachtet werden. Die Anzahl der Protonen wird mit der Kernladungszahl  $Z$  angegeben, die Massenzahl  $A$  ist die Summe aus der Anzahl von Protonen und Neutronen.

### 2.3 Radioaktive Zerfälle

#### Der $\alpha$ -Zerfall

Ein  $\alpha$ -Teilchen ist identisch mit einem  ${}^4_2\text{He}$ -Nuklid. Beim  $\alpha$ -Zerfall teilt sich ein Kern  ${}^A_Z\text{X}$  in einen Tochterkern  ${}^{A-4}_{Z-2}\text{Y}$  und ein  $\alpha$ -Teilchen, welches die

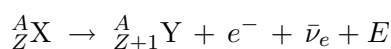
kinetische Energie  $E_\alpha$  besitzt.



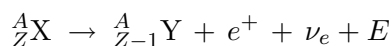
### Der $\beta$ -Zerfall

Verantwortlich für den  $\beta$ -Zerfall ist die schwache Wechselwirkung. Beim  $\beta$ -Zerfall verändern sich Nukleonen: Ein Proton wird zum Neutron oder umgekehrt. Man unterscheidet zwischen  $\beta^-$ - und  $\beta^+$ -Zerfall.

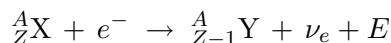
Beim  $\beta^-$ -Zerfall wird ein Neutron zum Proton; dabei werden ein Elektron  $e^-$  und ein Anti-Elektron-Neutrino  $\bar{\nu}_e$  emittiert.



Beim  $\beta^+$ -Zerfall wandelt sich ein Proton zum Neutron; es werden ein Positron  $e^+$  und ein Elektron-Neutrino  $\nu_e$  freigesetzt.



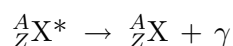
Durch die Crossing Symmetrie bei der schwachen Wechselwirkung lässt sich bei der Reaktionsgleichung des  $\beta^+$ -Zerfalls das Positron auf der rechten durch ein Elektron auf der linken Seite ersetzen. Dieser Prozess wird als Elektroneneinfang bezeichnet.



Der Elektroneneinfang wird auch als K-Einfang bezeichnet, da nur die Elektronen der K-Schale eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Kern haben und somit eingefangen werden können. Nach einem Elektroneneinfang wird die entstandene "Lücke" in der K-Schale von einem der übrigen Elektronen gefüllt. Dabei wird die charakteristische Röntgenstrahlung des Elementes  ${}^A_{Z-1}\text{Y}$  abgestrahlt.

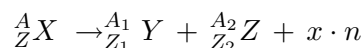
### $\gamma$ -Zerfall

Der  $\gamma$ -Zerfall ist kein Zerfall des Atomkerns. Er ist der Übergang von einem energetisch angeregtem Zustand des Kerns in einen energetisch niedrigeren Zustand. Bei diesem Übergang wird eine hochfrequente elektromagnetische Welle, die sogenannte  $\gamma$ -Strahlung abgestrahlt. Die Photonen der  $\gamma$ -Strahlung werden als Gammaquanten  $\gamma$  bezeichnet. Ein Nuklid  ${}^A_Z\text{X}$  kann zum Beispiel als Zerfallsprodukt in einem energetisch höheren Zustand  ${}^A_Z\text{X}^*$  vorliegen. Die Reaktionsgleichung lautet:



### Kernspaltung

Relativ große Kerne (ca. ab  $A = 100$ ) sind energetisch ungünstiger als kleinere Kerne, da die kleineren Kerne gemessen an den größeren eine höhere Bindungsenergie haben. Deshalb können große Kerne in Teilkern zerfallen. Bei diesem Zerfall werden meist auch Neutronen freigesetzt:



wobei  $A = A_1 + A_2 + x$  und  $Z = Z_1 + Z_2$  gelten. Allerdings sind solche spontanen Zerfälle sehr selten, da Aufgrund der Kernkraft eine hohe Energie nötig ist, um den Kern zu spalten. Deshalb werden Kerne oft durch Neutronenbeschuss angeregt. Die durch die Spaltung freigesetzten Neutronen können weitere Kerne anregen – eine Kettenreaktion wird in Gang gesetzt.

## 2.4 Zerfallsgesetz

Betrachtet man einen Atomkern eines radioaktiven Materials, so lässt sich nicht vorhersagen wann er zerfallen wird. Ein Kern der im nächsten Augenblick zerfällt ist nicht von einem Kern zu unterscheiden, der erst in  $x$  Jahren zerfällt. Man kann jedoch die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kern zerfällt sehr genau angeben. Diese Wahrscheinlichkeit wird auch Zerfallskonstante  $\lambda$  genannt. Im Mittel zerfallen dann von  $N$  Kernen  $\lambda N dt$  Kerne im Zeitintervall  $dt$ .

$$dN = N(t + dt) - N(t) = N - \lambda N dt - N = -\lambda N dt$$

Integriert man diese Differentialgleichung durch Trennung der Variablen und setzt  $N(0) = N_0$ , so erhält man das Zerfallsgesetz:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Im Experiment wird allerdings nicht die Anzahl der vorhandenen Kerne bestimmt, sondern deren zeitliche Änderung: Die Zerfälle. Die Anzahl der Zerfälle wird mit Aktivität  $A$  bezeichnet. Da  $A = \frac{dN}{dt} = \lambda N$  gilt, lässt sich das Zerfallsgesetz auf die Aktivität übertragen:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Als Halbwertszeit  $T_{1/2}$  wird die Zeit angegeben, bei der die Hälfte der ursprünglichen Kerne zerfallen ist. Für sie gilt:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}} \quad \Leftrightarrow \quad T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

Nach der Aktivierungszeit  $\tau$  gilt für die Anfangsaktivierung einer vorher nicht strahlenden Probe  $N_0(\tau) = N_0^\infty \cdot (1 - e^{-\lambda \tau})$ .

## 2.5 Geiger-Müller-Zählrohr

Das Geiger-Müller-Zählrohr ist ein Detektor für ionisierende Strahlung. Im Wesentlichen besteht es aus einem Metallzylinder und einem Draht in der Mitte des Zylinders. Auf der einen Seite ist der Zylinder mit einem Isolator verschlossen, auf der anderen mit einem strahlungsdurchlässigem Fenster (zum Beispiel aus Glimmer). Zwischen Draht und Außenwand liegt eine Gleichspannung von mehreren hundert Volt an – der Draht ist Anode; die Außenwand Kathode. Das elektrische Feld ist durch diesen Aufbau im Zentrum besonders hoch. Im Inneren des Zylinders befindet sich ein Edelgas. Durch ionisierende Strahlung wird zunächst einem Edelgasatom ein Elektron entrissen. Dieses wird stark in Richtung Anode beschleunigt und kann weitere Atome ionisieren. Durch die jetzt vermehrt freigesetzten Elektronen ist ein Stromfluss zwischen Anode und Kathode möglich. Dieser kann elektrisch verstärkt und registriert werden.

Trifft ionisierende Strahlung zu einem Zeitpunkt auf, bei dem noch der Ionisierungsvorgang eines früheren Treffers aktiv ist, kann diese nicht registriert werden. Die Dauer eines Ionisierungsvorgangs nennt man **Totzeit**  $\tau$  des Zählrohrs. Erst nachdem alle Ionen entladen sind, kann wieder ein neuer Treffer registriert werden. Insbesondere bei hohen Zählraten führt die Totzeit zu einem großen Fehler. Da der Radioaktive Zerfall der Poisson-Statistik gehorcht, kann der Fehler der Zählrate  $N$  mit  $\sqrt{N}$  angegeben werden. Weil auch in der Umwelt radioaktive Materialien vorhanden sind, registriert das Geiger-Müller-Zählrohr auch dann Aktivität, wenn keine Probe in der Nähe des Zählrohres ist: dieser Effekt wird **Nulleffekt** genannt.

## 2.6 Abschirmung radioaktiver Strahlung

Um  $\alpha$ -Strahlung abzuschirmen genügt schon ein einfaches Blatt Papier. Für  $\beta$ -Strahlung reicht Glas oder Plexiglas – wobei hier bei der Absorption der  $\beta$ -Strahlung Bremsstrahlung entsteht, die nicht unbedingt gesundheitsfördernd ist. Die hochfrequente  $\gamma$ -Strahlung ist schwerer abzuschirmen: Meist werden Bleiplatten verwendet.

## 3 Versuchsdurchführung

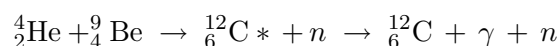
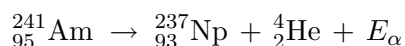
Im Versuch wird die Aktivität einer radioaktiven Probe mit einem Geiger-Müller-Zählrohr, welches an einen Computer angeschlossen ist, gemessen. Zur Berechnung der Aktivität der Probe muss auch die Nullrate bestimmt werden.

Als Probe wird ein Silberplättchen verwendet, welches zuvor durch eine Am-Be-Quelle aktiviert wurde. Die Aktivierungszeiten betragen: 1 min, 2 min, 4 min, 8 min. Der Timer des Geiger-Müller-Zählers muss auf „Aus“ stehen. Vor der Messung muss der Timer mit „Start“ aktiviert werden und kann für

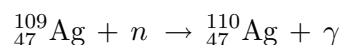
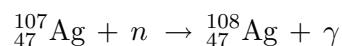
den Rest des Versuches ignoriert werden.

Mit einer Stoppuhr wird die Aktivierungszeit gemessen. Nach der Aktivierungszeit wird die Zeit am Computer gestartet. Ist das Silberplättchen in den Geiger-Müller-Zähler eingeschoben worden, so kann auch die Messung am Computer gestartet werden.

Inerhalb der Quelle verlaufen folgende Reaktionen:



Die energiereichen Neutronen werden durch eine Paraffinschicht abgebremst und können sich dann an den beiden in der Natur gleichzeitig auftretenden stabilen Silberisotopen anlagern.



${}_{47}^{108}\text{Ag}$  und  ${}_{47}^{110}\text{Ag}$  sind  $\beta^-$ -Strahler.

## 4 Auswertung

### 4.1 Halbwertszeiten

Die Radioaktive Strahlung rührt von zwei verschiedenen Isotopen her. Das Geiger-Müller Zählrohr kann jedoch die beiden Strahlungen nicht unterscheiden und misst somit lediglich die Gesamtanzahl der Zerfälle. Da das Zerfallsgesetz der Isotopen bekannt ist, kann man die gemessene Strahlung als Überlagerung von zwei Exponentialfunktionen darstellen:

$$N(t) = N_{A,0} e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + N_{B,0} e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + N^0. \quad (1)$$

Dabei ist  $N_{A,0}$  die Anfangsaktivität des einen Isotopes mit der Halbwertszeit  $T_A$ ,  $N_B$  die Anfangsaktivität des zweiten Isotopes mit der Halbwertszeit  $T_B$  und  $N^0$  die Nullrate. Die Anfangsaktivitäten variieren bei den verschiedenen Messungen, die Halbwertszeiten und die Nullrate sind jedoch bei jeder Messung gleich. Wir bekommen also 11 Parameter, die wir mit dem  $\chi^2$  Verfahren bestimmen wollen.

Dazu müssen wir die Daten aus dem Programm **kAktivität** aufbereiten. Von der jeweiligen Zeitmessung werden 2,5 sec abgezogen, um einen Mittelwert der Aktivität im jeweiligen Zeitintervall von 5 sec zu bekommen. Der letzte Messwert wurde jeweils entfernt, weil das Zeitintervall kleiner als 5 sec war. Da der Zerfallsprozeß der Poisson-Statistik gehorcht, ergibt sich der Fehler der Aktivität durch  $\sigma_N = \sqrt{N}$ . Nun müssen alle Messwerte an ein

Computerprogramm übergeben werden, welches uns zu der Formel (1) die passenden Parameter der Isotope sucht. Die gefundenen Parameter können der Abbildung 1 entnommen werden.

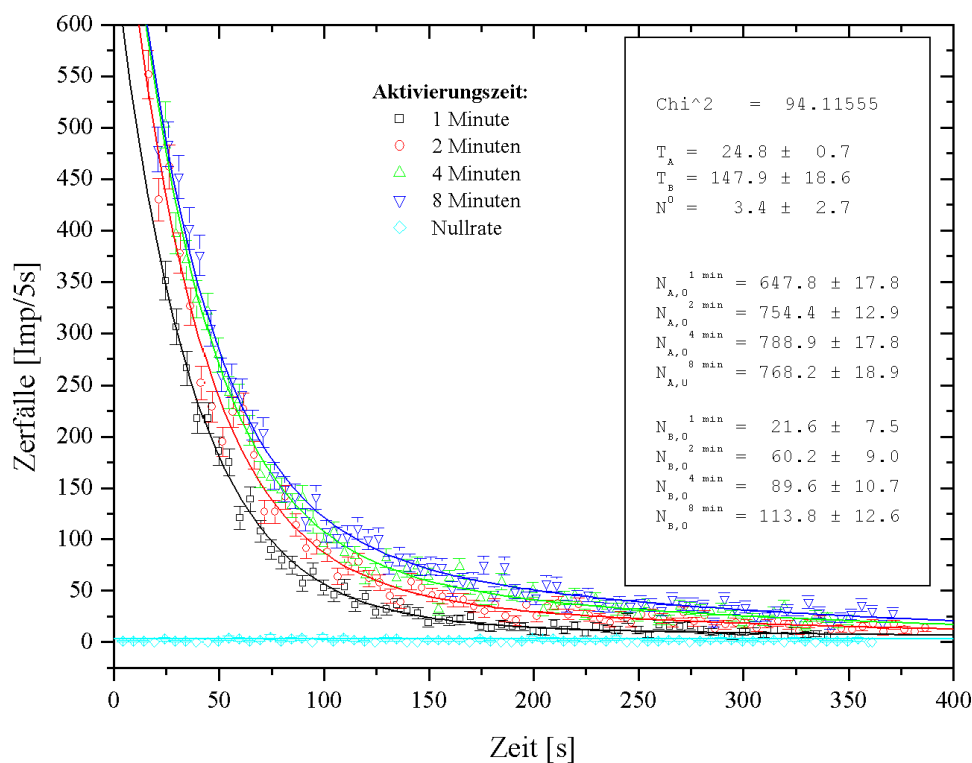


Abbildung 1: Bestimmung der Parameter mittels der  $\chi^2$  Methode.

Wir erhalten also für das erste Isotop eine Halbwertszeit von

$$T_A = 24,8 \pm 0,7 \text{ s}.$$

Es handelt sich also um  $^{110}_{47}\text{Ag}$ , dessen Halbwertszeit nach dem Praktikums-skript  $24,6 \text{ s}$  beträgt. Für das zweite Isotop erhalten wir eine Halbwertszeit von

$$T_B = 147,9 \pm 18,6 \text{ s}.$$

Es handelt sich also um  $^{108}_{47}\text{Ag}$ , dessen Halbwertszeit nach dem Praktikums-skript  $157 \text{ s}$  beträgt. Somit liegen die Literaturwerte der Halbwertszeiten beide im Fehlerbalken unserer Messungen.

Um die Zuverlässigkeit der  $\chi^2$  Anpassung zu ermitteln, berechnen wir das **reduzierte**  $\chi^2$ . Dies ist definiert durch

$$\chi_{\text{red.}}^2 = \frac{\chi^2}{f}.$$

Dabei ist  $f$  die Anzahl der Freiheitsgrade, die gegeben ist durch die Anzahl der Datenpunkte minus die Anzahl der Parameter. Für unsere Messung erhalten wir bei einem Mittelwert von 69,8 Datenpunkten

$$\chi_{\text{red.}}^2 = \frac{94,11555}{69,8 - 11} \approx 1,6.$$

Bei einem direkten funktionalen Zusammenhang von unseren Messungen und Gleichung (1) sollte sich  $\chi_{\text{red.}}^2 = 1,0$  ergeben. Unser Ergebnis weicht stark von 1 ab, was wohl damit zusammenhängt, dass wir die Zerfallskurven nicht lange genug aufgenommen haben, und schließlich auch damit, dass das Zerfallsgesetz ein stochastisches Gesetz ist. Somit wahr ein direkter funktionaler Zusammenhang kaum zu erwarten.

Nach der Bestimmung der einzelnen Parameter können wir die Zerfallskurven der beiden Isotope getrennt darstellen. Wir erkennen, dass das kurzlebige Isotop  $^{110}_{47}\text{Ag}$  anfangs sehr stark strahlt, jedoch nach ungefähr 250 s nach der Aktivierung schon vollständig zerfallen ist. Nach diesen 250 s geht die gesamte Strahlung also vom  $^{108}_{47}\text{Ag}$  aus, welches jedoch lange nicht so stark strahlt wie das  $^{110}_{47}\text{Ag}$ . Mit längerer Aktivierungszeit strahlen die Proben natürlich stärker und länger. Die folgenden Grafiken zeigen jeweils die Messwerte des Geiger-Müller-Zählers, die Nullrate, die Zerfallskurven der beiden Isotope und deren Summe. Durch die Parameterbestimmung weisen diese Kurven die Nullrate nicht mehr auf.

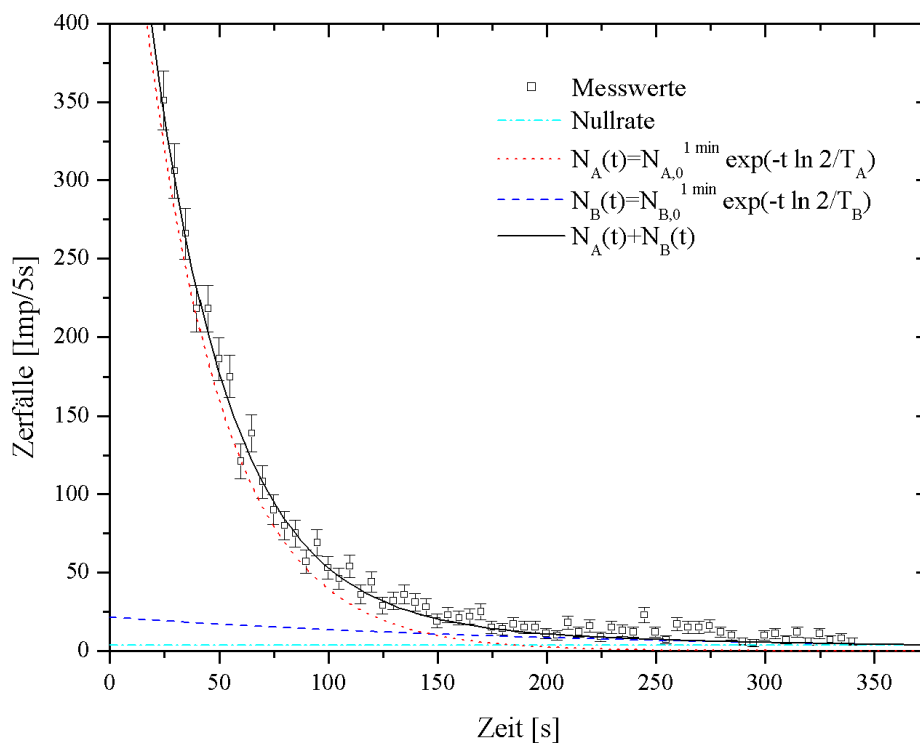


Abbildung 2: Zerfallskurve nach einer Aktivierungszeit von 1 Minute.



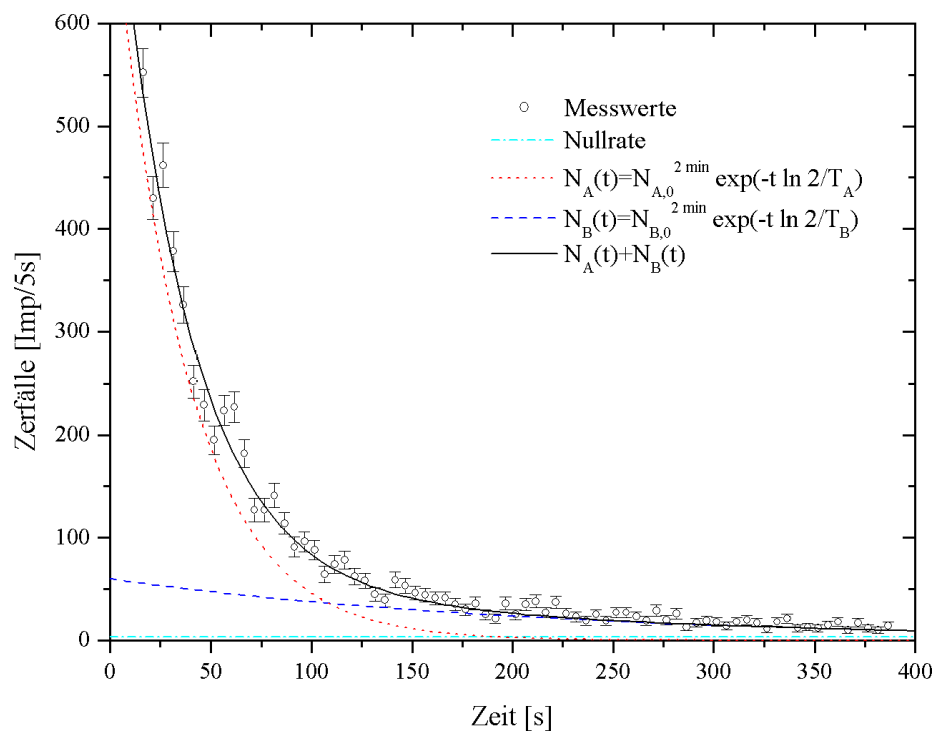


Abbildung 3: Zerfallskurve nach einer Aktivierungszeit von 2 Minuten.

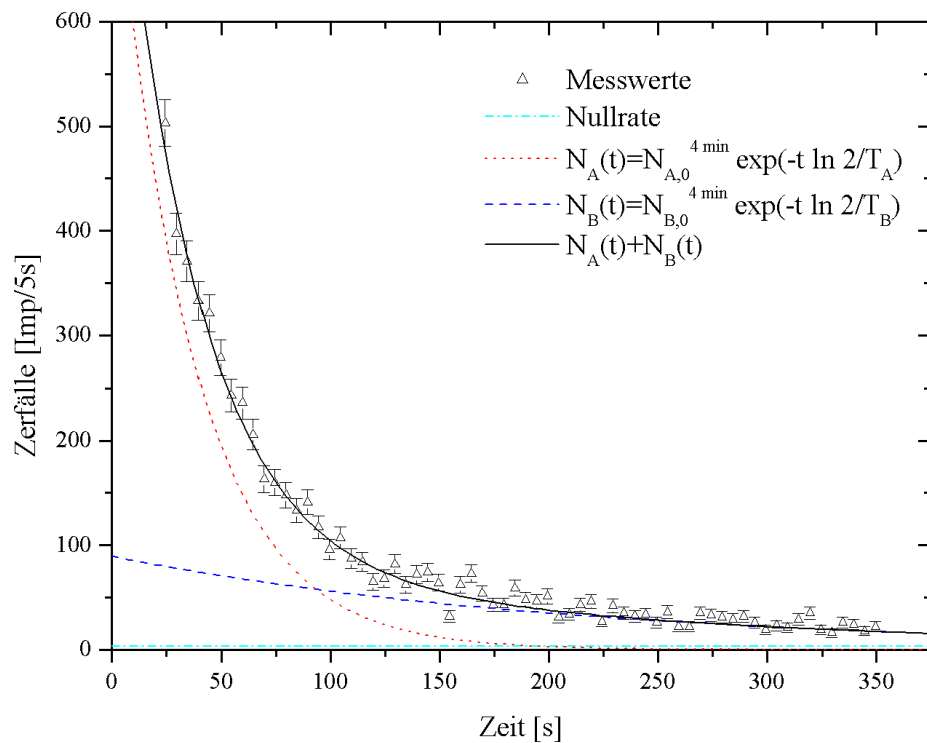


Abbildung 4: Zerfallskurve nach einer Aktivierungszeit von 4 Minuten.

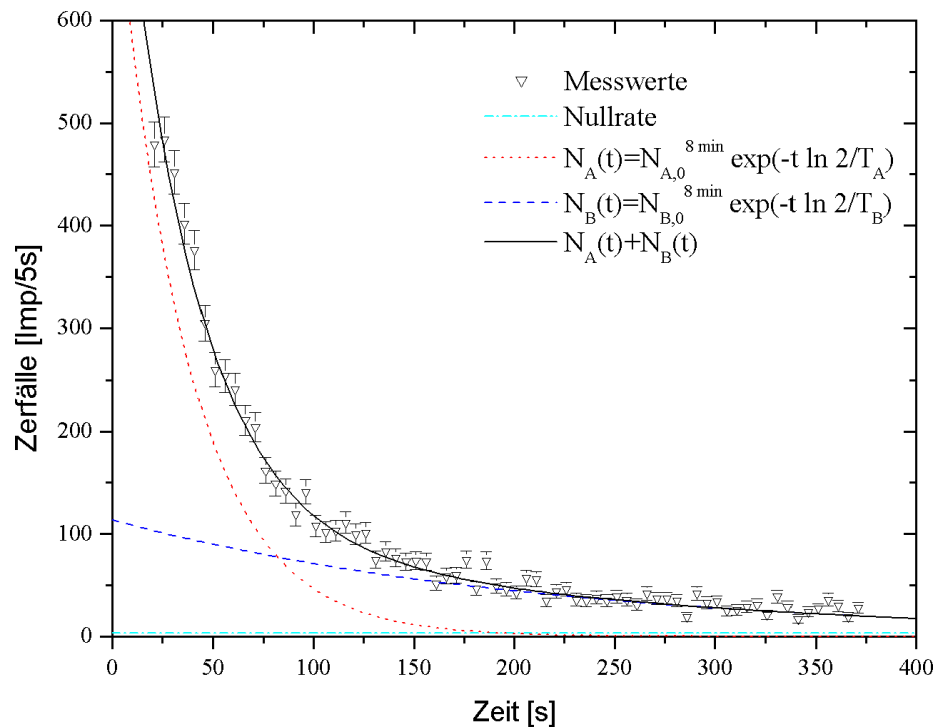


Abbildung 5: Zerfallskurve nach einer Aktivierungszeit von 8 Minuten.

Trägt man dieselben Daten halblogarithisch auf, so sind die Zerfallskurven der beiden Isotope Geraden, da es sich um einen exponentiellen Zerfall handelt. Man kann wieder erkennen, dass die Anfangsstrahlung fast vollkommen auf das  ${}_{47}^{110}\text{Ag}$  zurückzuführen ist: Die Gerade schmiegt sich für kurze Zeiten nach der Aktivierung an die vom Geiger-Müller-Zähler gemessenen Werte an. Zu späteren Zeiten ist der Zerfall jedoch wieder vollkommen auf das  ${}_{47}^{108}\text{Ag}$  zurückzuführen.

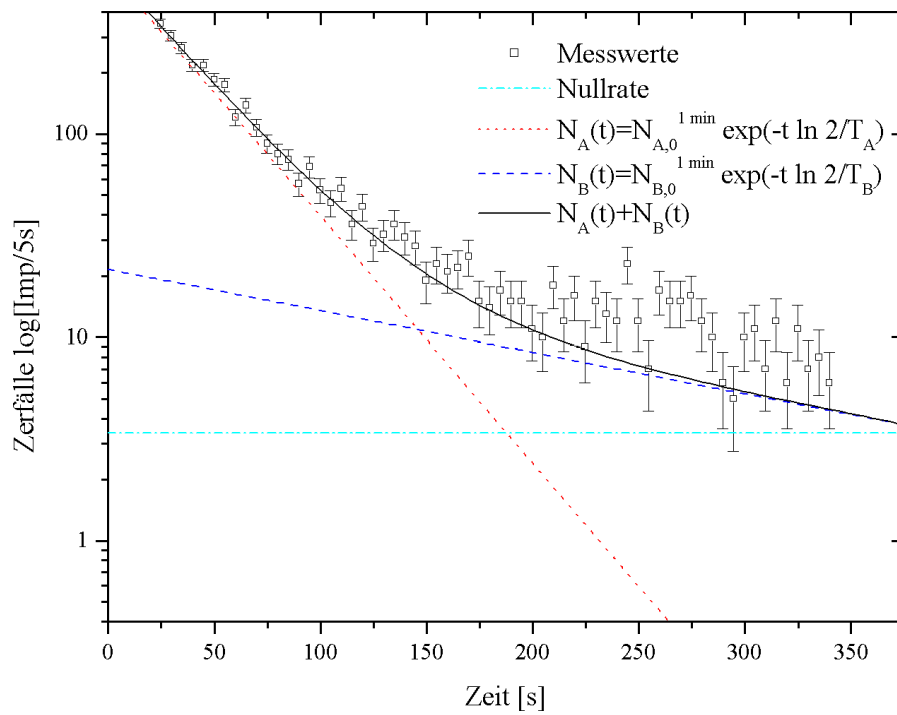


Abbildung 6: Logarithmische Auftragung der Zerfallskurve nach einer Aktivierungszeit von 1 Minute.

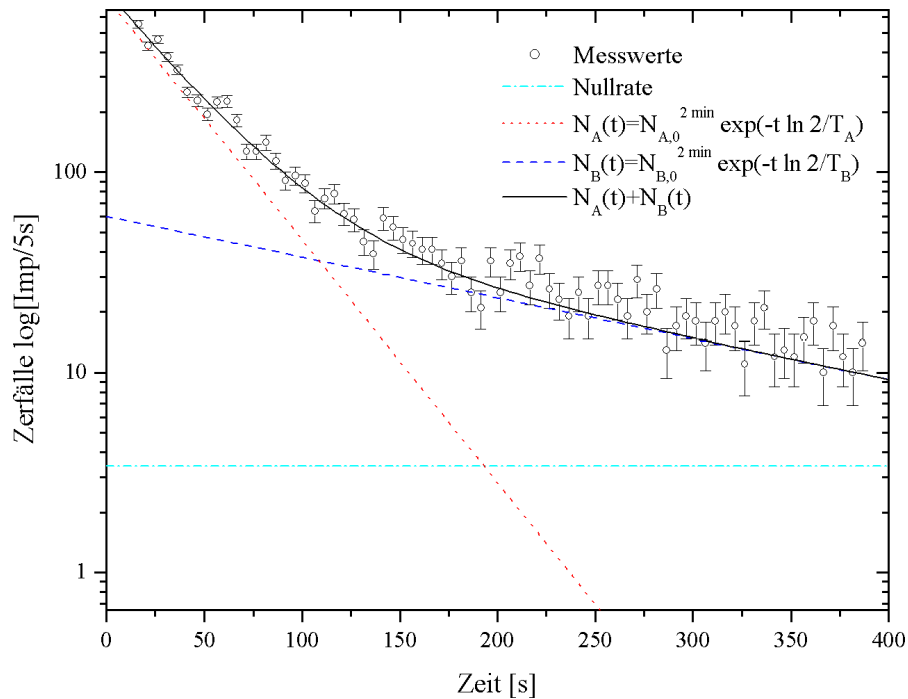


Abbildung 7: Logarithmische Auftragung der Zerfallskurve nach einer Aktivierungszeit von 2 Minuten.

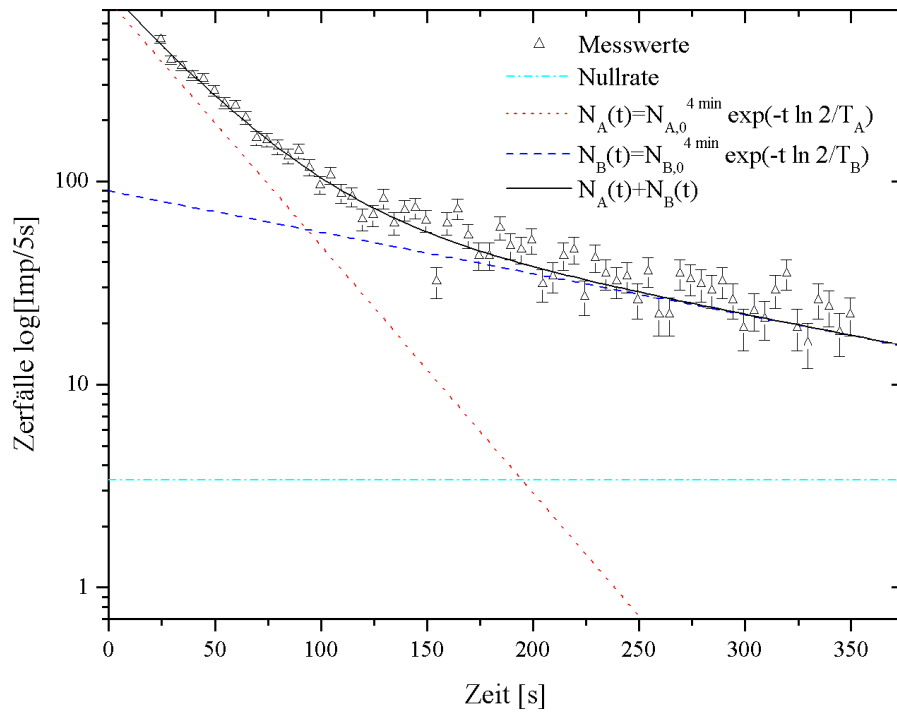


Abbildung 8: Logarithmische Auftragung der Zerfallskurve nach einer Aktivierungszeit von 4 Minuten.

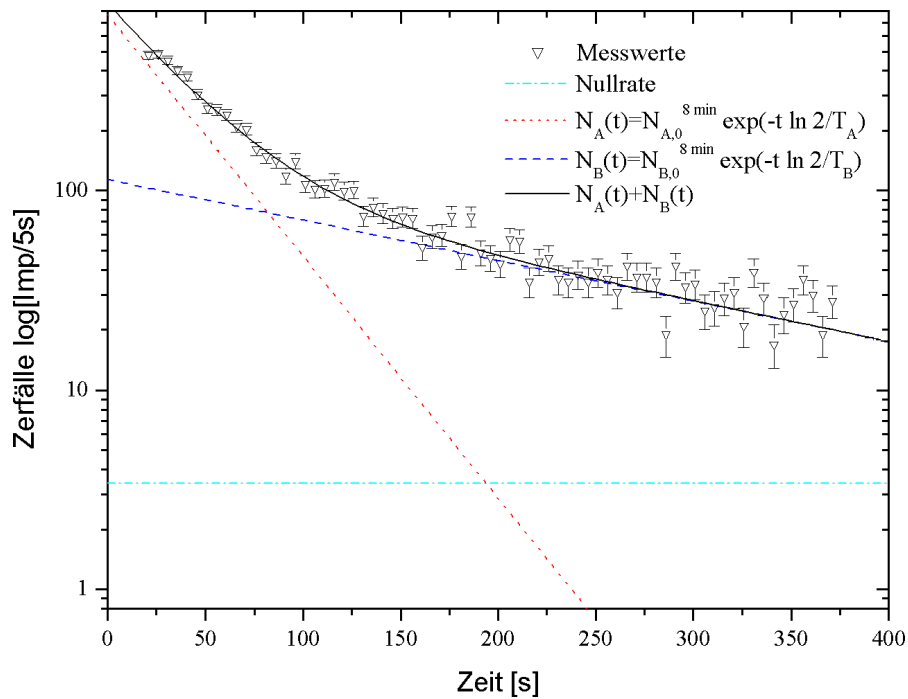


Abbildung 9: Logarithmische Auftragung der Zerfallskurve nach einer Aktivierungszeit von 8 Minuten.

## 4.2 Anfangsaktivitäten

Wie schon beobachtet sind die Anfangsaktivitäten von der Aktivierungszeit abhängig. Die Messwerte lassen ein Sättigungsverhalten vermuten: Die Differenzen zwischen den Anfangsaktivitäten werden für längere Aktivierungszeiten kleiner. Wieder benutzen wir die  $\chi^2$  Anpassung, um die Parameter des Grenzwertes der Anfangsaktivität für die beiden Isotope zu berechnen. Dazu tragen wir die Anfangsaktivitäten in Abhängigkeit der Aktivierungszeit  $\tau$  auf und machen eine  $\chi^2$  Anpassung zu den Funktionen

$$f(\tau) = N_{A,0}^{\infty} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\ln 2}{T_A} \tau\right) \right)$$

und

$$f(\tau) = N_{B,0}^{\infty} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\ln 2}{T_B} \tau\right) \right).$$

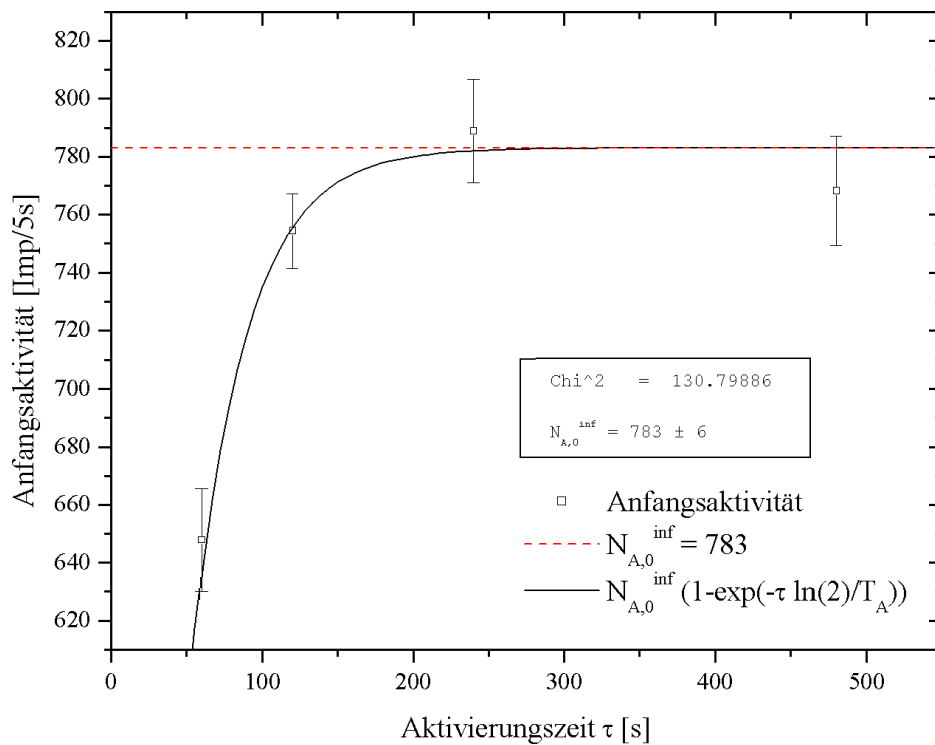


Abbildung 10: Anfangsaktivität des  $^{110}_{47}\text{Ag}$  in Abhängigkeit von der Aktivierungszeit.

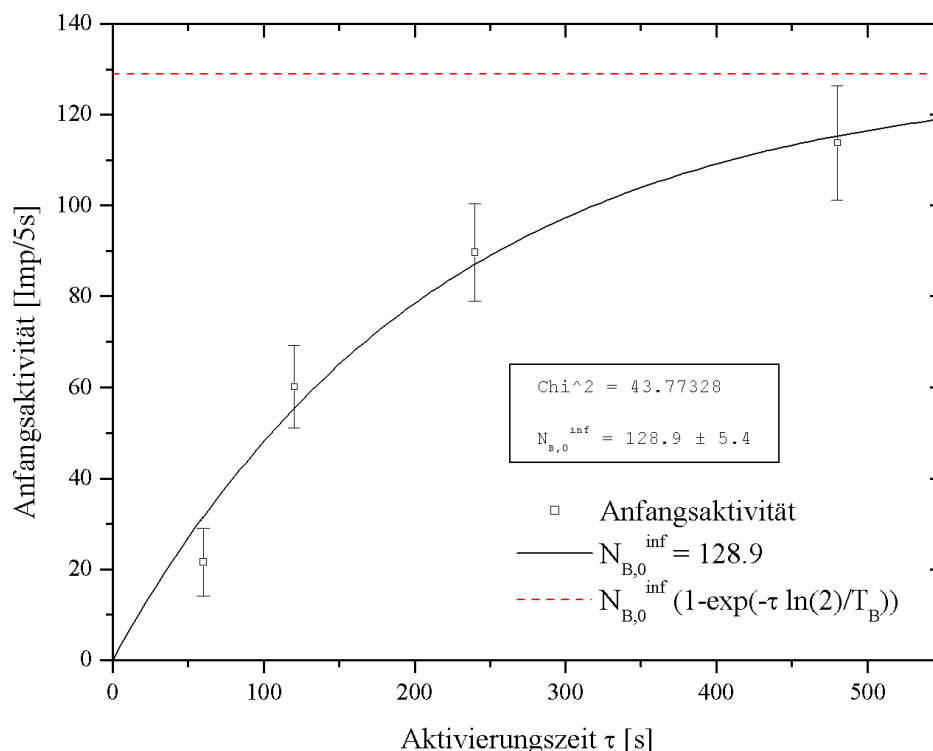


Abbildung 11: Anfangsaktivität des  $^{108}_{47}\text{Ag}$  in Abhängigkeit von der Aktivierungszeit.

Wir erkennen, dass die Anfangsaktivität des  $^{110}_{47}\text{Ag}$  mit längere Aktivierungszeit nicht mehr größer wird. Den Grenzwert haben wir mit

$$N_{A,0}^{\infty} = 783 \pm 6 \text{ Imp}/5s$$

berechnet. Wir sind also schon in den Bereich des Grenzwertes gelangt. Die Anfangsaktivität des  $^{108}_{47}\text{Ag}$  würde jedoch mit längeren Aktivierungszeiten noch stärker werden. Dessen Grenzwert liegt bei

$$N_{B,0}^{\infty} = 128,9 \pm 5,4 \text{ Imp}/5s$$

Da wir 4 Messpunkte und nur einen Parameter haben erhalten wir 3 Freiheitsgrade und somit

$$\chi_{A,\text{red.}}^2 = \frac{43,77328}{3} \approx 21,8$$

und

$$\chi_{B,\text{red.}}^2 = \frac{130,79886}{3} \approx 63,4.$$

Diese Werte weichen beträchtlich von 1 ab, was wir uns dadurch erklären können, dass wir lediglich 3 Messpunkte zur Verfügung hatten und die Anfangsaktivitäten ebenfalls schon stark fehlerbehaftet waren. Aus den Graphen ist jedoch zu erkennen, dass die berechnen Grenzwerte durchaus realistisch sind.

## 5 Diskussion

Wie schon in Kapitel 4.1 beschrieben, liegen die Literaturwerte der Halbwertszeiten im Fehlerbalken unserer Messungen. Mit dem  $\chi_{\text{red.}}^2 \approx 1,6$  können wir aufgrund der relativ kleinen Zahl der Messpunkte und der stochastischen Natur des Zerfallsgesetzes zufrieden sein.

Die Grenzwerte der Anfangaktivitäten wurden in Kapitel 4.2 nur unzufriedenstellend berechnet, hier liegen die reduzierten  $\chi^2$  Berechnungen weit über 1. Dies liegt jedoch an der extrem kleinen Zahl von nur drei Messpunkten und der Weiterverarbeitung von stark fehlerbehafteten Größen.

### Eigene Kommentare

[Es war nett, mal wieder in netter Runde beisammen zu sein. Der Versuch, der hat dabei nicht gestört.]<sub>Daniel</sub>

[Der Versuch war super. Wir konnten, zum Ärgernis unserer Kommilitonen, welche versuchten den Franck-Hertz-Versuch durchzuführen, durch die weitgehende Automatisierung des Versuches, ein bisschen schnacken. Die Freude am Versuch wurde durch die schwierige Auswertung wieder wettgemacht. Stundenlanges hantieren mit Computerprogrammen tut irgendwann in den Augen weh. Wenn das Programm dann die mühsam innerhalb von vier Stunden erstellten Graphen einfach nicht mehr hergeben will, so kann man sich vor Freude kaum mehr halten.]<sub>Hauke</sub>